

結合里德米勒碼與頻帶保留技術來降低 正交分頻多工系統之峰均功率比值

梁新穎*

朝陽科技大學
資訊與通訊系
助理教授

hyliang@cyut.edu.tw alan_7532@hotmail.com

黃國倫

朝陽科技大學
資訊與通訊系

吳孟錚

朝陽科技大學
資訊與通訊系
研究生

s10230609@cyut.edu.tw s10230619@cyut.edu.tw

邱俊霖

朝陽科技大學
資訊與通訊系
研究生

摘要

正交分頻多工 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 技術已被廣泛應用在無線通訊系統。然而，正交分頻多工系統的主要缺點之一即是傳送訊號具有高峰均功率比值 (peak-to-average power ratio, PAPR)。本篇論文提出一種峰均功率比值改善方法，並使用在二進位相位鍵移 (binay phase shift keying, BPSK) 調變的正交分頻多工系統中。本論文推薦方法是由修正型頻帶保留 (tone reservation, TR) 技術與里德米勒碼所組成。模擬結果顯示推薦方法的峰均功率比值效能要比傳統的頻帶保留技術來得更佳，而且傳送訊號更具有錯誤更正能力。

關鍵詞：正交分頻多工、峰均功率比值、里德米勒碼、頻帶保留。

Abstract

An orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) technique has been widely applied in wireless communication systems. However, one of the major drawbacks of the OFDM system is that the transmitted OFDM signal has high peak-to-average power ratio (PAPR). This paper proposes a peak-to-average power ratio (PAPR) reduction scheme used in a orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system with binay phase shift keying (BPSK) modulation. The proposed PAPR reduction scheme consists of the modified tone reservation (TR) technique and Reed-Muller codes. Simulation results shows that the proposed method has better PAPR performance than the conventional TR scheme. Moreover, the transmitted

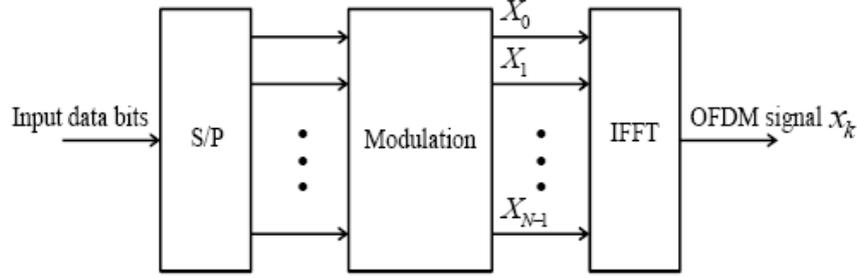
signal of the proposed method has error correction capability compared with the conventional TR scheme.

Keywords: OFDM, PAPR, TR, Reed-Muller codes.

1. 簡介

現今人類對於無線通訊系統的需求，已將高速傳輸資料視為是首要的條件。高速傳輸資料不但可以帶來高品質的影音服務，更會提升網頁搜尋服務的流暢度。多載波傳輸 (multicarrier transmission) 技術是目前相當熱門的通訊傳輸技術之一，它能有效提升整體的傳輸資料量，並有大量學者投入它的相關研究。正交分頻多工 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 技術為多載波傳輸技術的分支，且它是利用並行傳輸資料與分頻多工概念來架構的技術，同時也擁有對選擇性頻率衰減通道 (frequency selective fading channels) 具備強健性和有效使用頻譜的特性，以達到高速傳輸資料與低複雜度接收器等優點。發展至今，OFDM 技術衍然成為多項無線通訊應用系統的標準技術，例如 3GPP 長期演進 (3GPP Long Term Evolution, 3GPP LTE) 技術和寬頻無線存取標準 HIPERMAN 與 IEEE 802.16d 等 [1][2]。然而，高峰均功率比值 (peak to average power ratio, PAPR) 是 OFDM 技術的主要缺點之一，它將會導致高功率放大器 (high power amplifier) 的性能降低。

為了降低高峰均功率比值，目前已有許多的文獻與技術相繼被提出，例如：削減法 (clipping) [3][4]、部分傳輸序列 (partial transmit sequence, PTS) [5][6]、選擇性映射 (selective mapping, SLM) [7][8] 以及頻帶保留 (tone reservation, TR) [9]-[12] 等等技術。削減法是先預定訊號可容許的峰值門檻值，當



圖一：正交分頻多工系統之方塊圖

訊號大小超過預定的門檻值時，則對訊號峰值進行削減，以避免產生高 PAPR 的現象。PTS 與 SLM 技術是利用相位擾亂產生出數個候選序列，並選擇擁有最小 PAPR 進行傳送，以藉此降低訊號的峰值，但接收端必須知道傳送端使用何組候選序列進行降低 PAPR，且運算複雜度是取決於候選序列之多寡；TR 技術是預留數個子載波來做為峰值保留頻帶 (peak reduction tones, PRTs) 來產生峰值消除訊號，並運用峰值消除訊號來達到降低 OFDM 訊號產生 PAPR 的現象。

本篇論文將結合使用基於使用 $|u|u+v|$ 結構之里德米勒 (Reed Muller) 碼與修正型 TR 二項技術來降低 OFDM 系統的高 PAPR 現象，並同時改善 TR 技術本身未具錯誤更正能力的特性。

2. 背景介紹

2.1. OFDM 與 PAPR

對於一個擁有 N 個子載波的 OFDM 系統而言，它的傳送訊號 $x(t)$ 之數學表示式可以表示如下：

$$x_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j2\pi n k / N}, 0 \leq k \leq N-1 \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X} = (X_0, X_1, \dots, X_{N-1})$ 表示擁有 N 個輸入資料符元 (symbols) 的向量，以及 $e^{j2\pi n k / N}, n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 為 OFDM 用來調變的連續正弦波，如圖一所示。

若一個 OFDM 傳輸訊號 $x_k(t)$ 的瞬間封包功率 (instantaneous envelope power) $P_x(t)$ 可定義為 $P_x(t) = |x_k(t)|^2$ ，則一個 OFDM 訊號的 PAPR 可定義如下：

$$\text{PAPR}(\mathbf{x}) = \frac{\max_{0 \leq k \leq N-1} [|x_k|^2]}{E[|x_k|^2]} \quad (2)$$

其中 $|x_k|^2$ 是表示傳輸訊號的瞬間功率、 $E[|x_k|^2]$ 是表示傳輸訊號的平均功率。

若當訊號發生高 PAPR 時，不但會造成數位至類比轉換器 (Digital-to-Analog Converter, DAC) 與類比至數位轉換器 (Analog-to-Digital Converter, ADC) 的複雜度增加外，也會大幅降低高功率放大器 (High Power Amplifier, HPA) 的效能，因此如何改善高 PAPR 的現象，已為 OFDM 系統相當熱門的研究主題。目前對於改善 OFDM 系統之高 PAPR 現象，已有多種改善技術相繼的被提出。本篇論文將著重一種用於改善高 PAPR 現象的頻帶保留 (Tone Reservation, TR) 技術，並再進一步提升它的 PAPR 改善效能與抗雜訊干擾的能力。

2.1 頻帶保留 (Tone Reservation, TR)

圖二所示為傳統 TR 技術方塊圖。首先，假定在一個擁有 N 個子載波的 OFDM 系統中，TR 技術是將 N 個子載波分成二個集合，分別有：

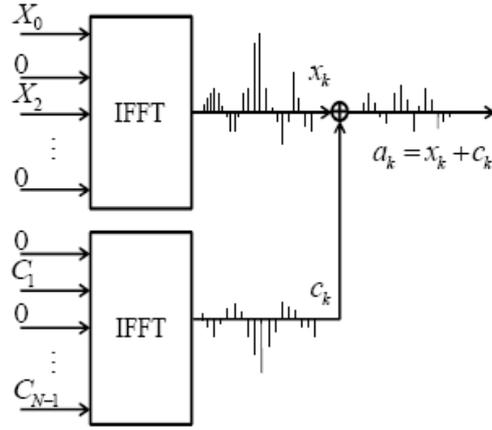
$$\mathbf{R} = (i_0, i_1, \dots, i_{L-1}) \quad \mathbf{R}^c = (i_0, i_1, \dots, i_{N-L-1}) \quad (3)$$

其中集合 \mathbf{R} 中的元素是用來指定在 N 個子載波中，那 L 個子載波是用來作為降低 PAPR 的峰值保留頻帶 (peak reduction tones, PRTs)；集合 \mathbf{R}^c 中的元素則是用來選擇 $N-L$ 個子載波以作為傳送資料的子載波。集合 \mathbf{R} 與集合 \mathbf{R}^c 是互為交集為零的空集合。接著，TR 技術之輸入符元可表示如下：

$$A_k = X_k + C_k = \begin{cases} C_k, & k \in \mathbf{R} \\ X_k, & k \in \mathbf{R}^c \end{cases} \quad (4)$$

其中 X_k 為輸入訊號符元、 C_k 為峰值消除訊號。二訊號 X_k 與 C_k 再經由 IFFT 轉換為時域訊號後，可表示如下：

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j2\pi n k / N} \\ &= \text{IFFT}(X_k + C_k) \\ &= \text{IFFT}(X_k) + \text{IFFT}(C_k) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j2\pi n k / N} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} C_n e^{j2\pi n k / N} \end{aligned} \quad (5)$$



圖二：頻帶保留之系統方塊圖

假定一個離散頻域向量 $\mathbf{P} = (P_0, P_1, \dots, P_{N-1})$ 的數學表示式如下：

$$P_k = \begin{cases} 1, & k \in \mathbf{R} \\ 0, & k \in \mathbf{R}^c \end{cases} \quad (6)$$

TR 技術將使用上述的離散頻域向量及如下的迭代法則來產生用來降低 OFDM 訊號之 PAPR 的時域訊號：

$$\mathbf{c}^n = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{p}(\tau_i) = \mathbf{c}^{n-1} + \alpha_n \mathbf{p}(\tau_n) \quad (7)$$

其中 \mathbf{p} 為 \mathbf{P} 所對應的時域訊號、 \mathbf{c}^n 是代表第 n 次迭代所求出的降低 PAPR 之訊號、 $\mathbf{p}(\tau_i)$ 是代表 \mathbf{p} 循環位移 (cyclic shift) τ_i 個元素以及 α_n 則為複數縮放因子 (complex scaling factor)。有關參數 τ_i 與 α_n 的定義，可分別表示如下：

$$\tau_i = \arg \max_{0 \leq k \leq N-1} |x_k + c_k^{i-1}| \quad (8)$$

與

$$\alpha_n = -(|x_{\tau_n} - \gamma|) e^{j\theta_n} \quad (9)$$

其中 τ_i 為 OFDM 訊號在 $i-1$ 次迭代中擁有最大振幅的離散時間位置、 γ 為預訂的 PAPR 門檻值、以及 α_n 則是用來使 OFDM 訊號在 τ_i 位置的振幅變為預訂 PAPR 門檻值的振幅大小。

2.2. 里德米勒碼 (Reed-Muller codes, RM codes) [13][14]

對於一個擁有 m 個變數 x_1, \dots, x_m 的布林函數 (Boolean function) 而言，其函數值的對應關係是

從 F_2^m 映射至 F_2 。假定任意 s 個不同的變數 $x_i, 1 \leq i \leq s$ ，若其數學表示式為 $p = x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_s}$ ，則可稱為此布林函數是階數 (degree) s 的布林單項式 (Boolean monomial)。對於單項式 $p = x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_s}$ 來說，亦可表示為空間 F_2^m 中擁有漢明權重為 2^{m-s} 的 $(m-s)$ 平面 (flat)；若考慮在 m 個變數的情況下，其共會有 $\binom{m}{s}$ 個階數為 s 的

布林單項式，其中 $\binom{m}{s} = \frac{m!}{(m-s)!s!}$ 。令 $0 \leq r \leq m$ ，一個階數為 r 的二元里德米勒碼，其符號表示式可寫成 $RM(r, m)$ ，且其為一個長度為 2^m 的二元線性碼

$$\left[n = 2^m, k = \sum_{i=0}^r \binom{m}{i}, d = 2^{m-r} \right] \quad (10)$$

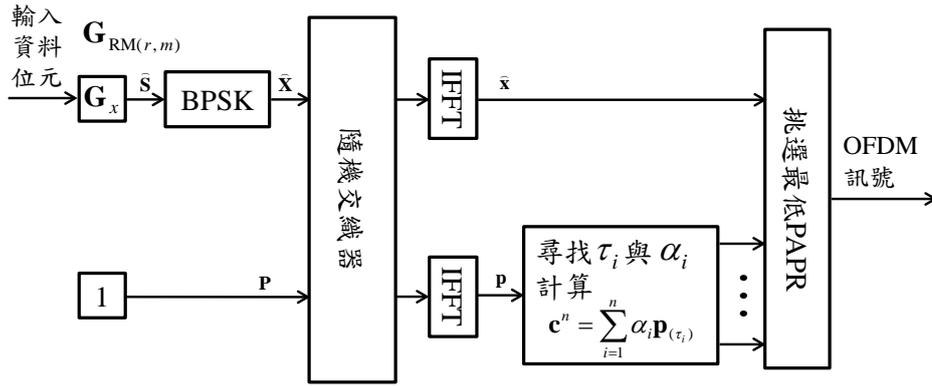
並由階數至多為 r 的布林單項式所生成。通常而言，一個布林函數 $f(x_1, \dots, x_m)$ 可藉由真值表 (true table) 來說明，也就是在所有 2^m 個參數中給定 f 的值。因此，假若這些 2^m 個參數是以固定的排序方式列出，則一個長度為 2^m 的向量 \mathbf{f} 可以聯想成一個布林函數。

3. 推薦方法

3.1 $|u|u+v|$ 結構

首先令 C_1 與 C_2 分別為 q -ary 之 $[n, k_1, d_1]$ 與 $[n, k_2, d_2]$ 的線性碼，若一碼 C 可表示為

$$C = \{ \mathbf{u} | \mathbf{u} + \mathbf{v} : \mathbf{u} \in C_1, \mathbf{v} \in C_2 \} \quad (11)$$



圖三：推薦方法之系統方塊圖

則碼 C 將為一 q -ary 之 $[2n, k_1 + k_2, \min(2d_1, 2d_2)]$ 的線性碼。對於 RM 碼而言，生成矩陣也可描述成 $|u|u+v|$ 結構的方式，以 $RM(r, m)$ 的生成矩陣 (generator matrix) $G_{r,m}$ 來說，其 $|u|u+v|$ 結構的數學表示式可描述如下：

$$G_{r,m} = \begin{bmatrix} G_{r,m-1} & G_{r,m-1} \\ 0 & G_{r-1,m-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

3.2 自適應性的複數縮放因子 α_n

傳統型 TR 技術利用迭代方式產生峰值消除訊號，並利用複數縮放因子 α_n 優化峰值消除訊號，其中 γ 為預訂的 PAPR 門檻值。然而，峰值消除訊號是經由多次的迭代後產生而成的。因此，固定的 α_n 是無法將每次迭代後產生的峰值消除訊號優化成最佳的峰值消除訊號。也就是說，若 α_n 為一定值，則無法將 TR 技術的降低 PAPR 性能發揮到最大功效。因此，本論文將提出改良型的 TR 技術，利用自適應性的方式改變複數縮放因子 α_n ，以達到更高的降低 PAPR 效能。首先，依照(9)式的數學式可知，預訂的 PAPR 門檻值 γ 是決定複數縮放因子 α_n 的性能，但是預訂的 PAPR 門檻值 γ 是屬 dB 值，故無法與 x_n 直接運算。因此，將 γ 換算成訊號能量時，本論文將依照(9)式的表示式，將參數 γ 改寫如下：

$$\gamma_n = \sqrt{\max_{0 \leq k \leq N-1} [|x_k + c_k^{n-1}|^2]} \quad (13)$$

其中 n 為迭代的次數。如此一來，每次迭代所產生的峰值消除訊號，便能利用自適應性的複數縮放因子 α_n ，將降低 PAPR 的性能大幅提升。

本論文提出的改良型 TR 技術，不但改變

了複數縮放因子 α_n 的生成方式，且依舊保持傳統 TR 技術的特性，即 IFFT 的數量以及 IFFT 運算量仍與傳統的 TR 技術相同。另一方面，對於 IFFT 的運算複雜度而言，改良型 TR 技術與傳統型 TR 技術亦為相同。

3.3 推薦方法架構圖

推薦方法之系統架構圖如圖三所示。本篇論文的推薦方法為基於 $|u|u+v|$ 結構之 TR 技術，以改善傳統 TR 技術的錯誤更正能力，並運用自適應性的複數縮放因子來降低正交分頻多工系統之峰均功率比值。

4. 模擬結果

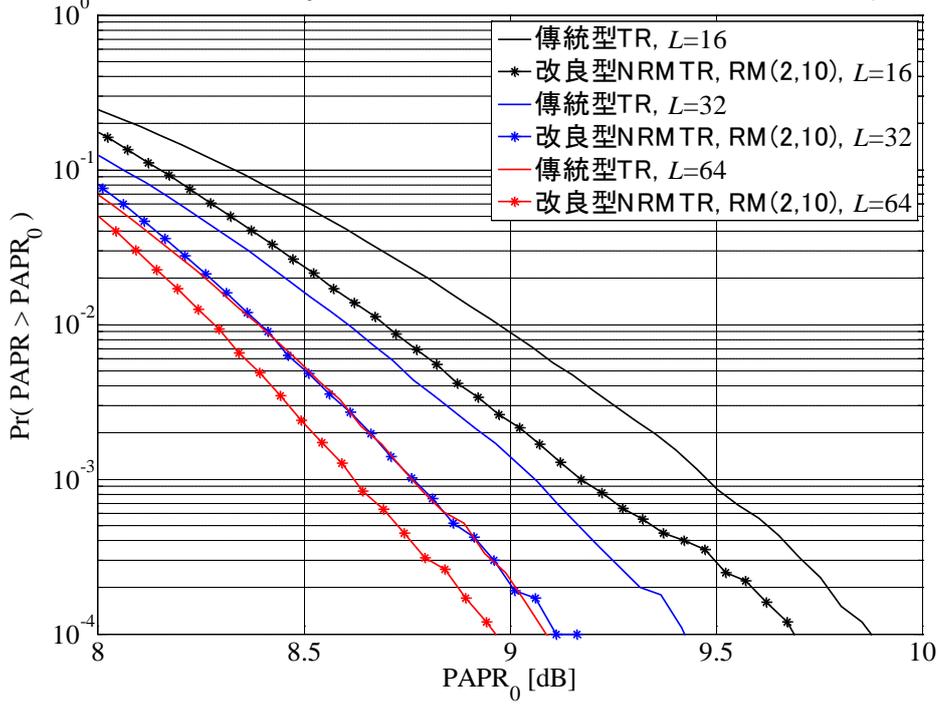
本論文之推薦方法利用的子載波數量為 1,024 且為 BPSK 調變，峰值降低頻帶為 16 個、32 個與 64 個，迭帶次數為 10 次、50 次與 100 次，預定 PAPR 值為 6dB。

如圖四至圖六顯示，當迭代次數越多，TR 技術與本論文之推薦方法的降低 PAPR 性能也就越好，但迭代次數越多也就表示運算複雜度越高；當 PRTs 的數量越多時，TR 技術與本論文之推薦方法的降低 PAPR 性能也就越好，但 PRTs 的數量越多也就表示用來傳送資料的子載波越少，相對的資料傳輸率便會越低。不過，由於 TR 技術本身未具有錯誤更正能力，而推薦方法是基於 $|u|u+v|$ 結構，故推薦方法將具有比傳統 TR 更好的抗通道干擾的能力。

5. 結論

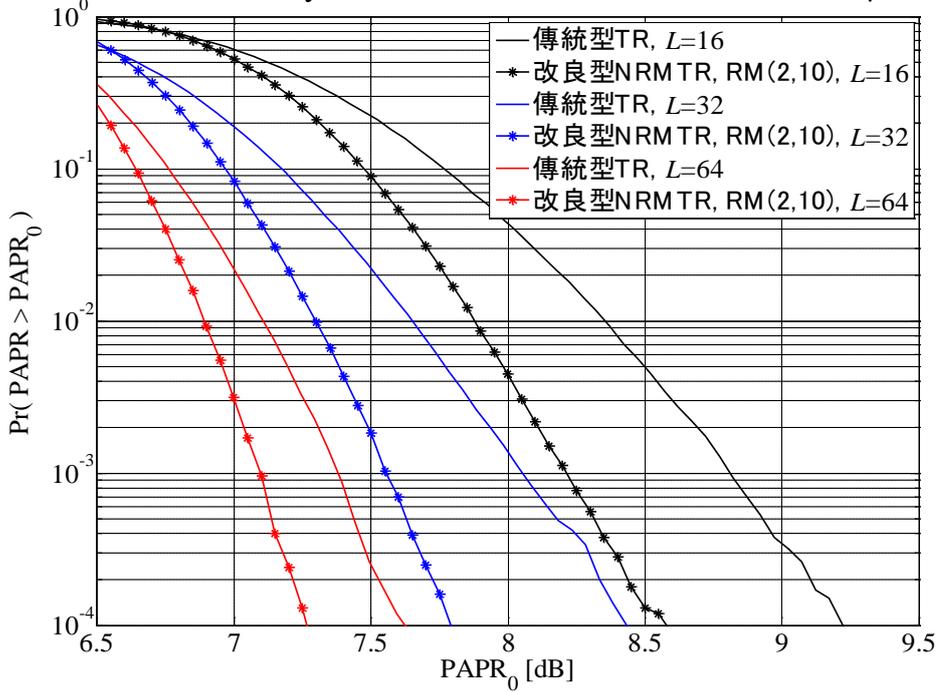
本論文提出一種結合基於 $|u|u+v|$ 架構的里德米勒碼與自適應性的複數縮放因子 α_n 兩項技術，用以降低正交分頻多工系統之峰均功率比值，稱為改良型 TR 技術。相較於傳統型 TR 技

A BPSK-OFDM system with 1,024 subcarrier, iteration=10, $\gamma=6\text{dB}$



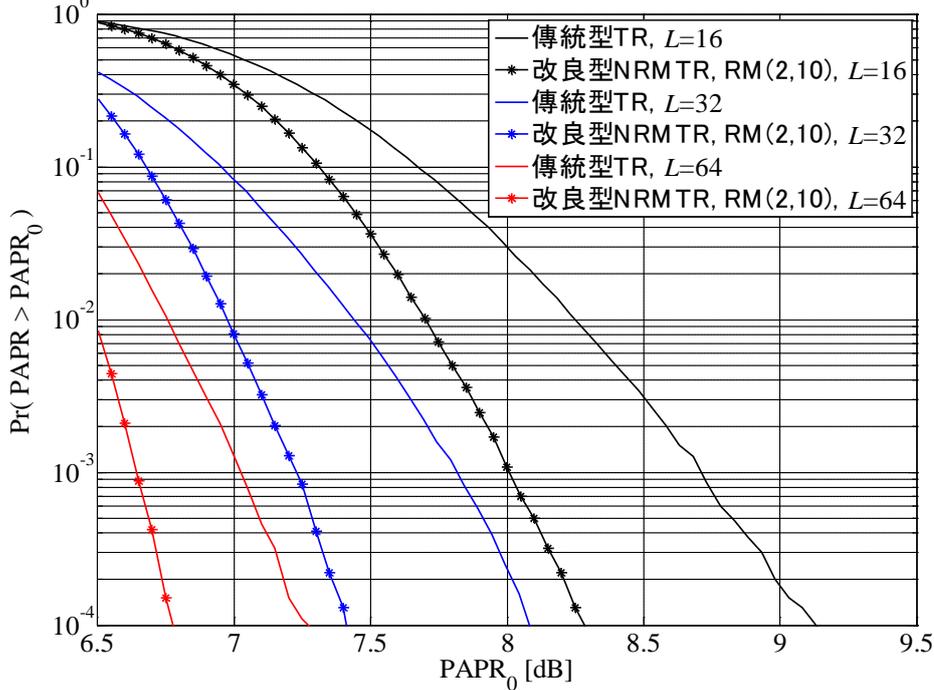
圖四：推薦方法之模擬圖

A BPSK-OFDM system with 1,024 subcarrier, iteration=50, $\gamma=6\text{dB}$



圖五：推薦方法之模擬圖

A BPSK-OFDM system with 1,024 subcarrier, iteration=100, $\gamma=6\text{dB}$



圖六：推薦方法之模擬圖

術，本論文之推薦方法利用了自適應性的複數縮放因子 α_n 提高了降低峰均功率比值的性能，並且利用了基於 $|u|u+v|$ 架構的里德米勒碼達到了具有錯誤更正的能力。由模擬圖得知，本論文之推薦方法的降低峰均功率比值的性能皆明顯的優於傳統型頻帶保留技術。

本論文之推薦方法可以藉由調整峰值降低頻帶的數量，以達到降低峰均功率比值之性能、資料傳輸率與錯誤更正能力之間的權衡。

附錄

感謝國科會補助計畫 NSC-101-2221-E-324-026。

參考文獻

[1] ETSI HIPERMAN (TR 101 856), *High performance metropolitan area network, requirements MAC and physical layer below 11 GHz band*, Sophia Antipolis, France, 2004.
 [2] IEEE 802.16d, *Air interface for fixed broadband wireless access systems*, IEEE 802.16, May 2004.
 [3] T. Jiang and Y. Y. Wu, "An Overview: Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for OFDM Signals," *IEEE Transaction on Broadcasting*, vol. 54, no. 2, pp. 257–268, June 2008.
 [4] E. B. Al-Safadi and T. Y. Al-Naffouri, "Peak

Reduction and Clipping Mitigation in OFDM by Augmented Compressive Sensing," *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 60, no. 7, pp. 3384–3839, July 2012.

[5] L. Wang and J. Liu, "PAPR Reduction of OFDM Signals by PTS With Grouping and Recursive Phase Weighting Methods," *IEEE Transaction on Broadcasting*, vol. 57, no. 2, pp. 299–306, June 2011.
 [6] N. Taspinar, A. Kalinli and M. Yildirim, "Partial Transmit Sequences for PAPR Reduction Using Parallel Tabu Search Algorithm in OFDM Systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 15, no. 9, pp. 974–976, Sep. 2011.
 [7] H. B. Jeon, J. S. No and D. J. Shin, "A Low-Complexity SLM Scheme Using Additive Mapping Sequences for PAPR Reduction of OFDM Signals," *IEEE Transaction on Broadcasting*, vol. 57, no. 4, pp. 866–875, Dec. 2011.
 [8] E. F. Badran and A. M. El-Helw, "A Novel Semi-Blind Selected Mapping Technique for PAPR Reduction in OFDM," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 18, no. 9, pp. 493–496, Sep. 2011.
 [9] Y. Wang, W. Chen and C. Tellambura, "Genetic Algorithm Based Nearly Optimal Peak Reduction Tone Set Selection for Adaptive Amplitude Clipping PAPR Reduction," *IEEE Transaction on Broadcasting*, vol. PP, no. 99,

pp. 1-10, 2012.

- [10] C. C. Chen and J. M. Wu, "PAPR Reduction Scheme with Selective Tone Reservation for OFDM Signals," *International Journal of Communication Systems*, DOI: 10.1002/dac.1392, Jan. 2012.
- [11] D. W. Lim, H. S. Noh, H. B. Jeon, J. S. No and D. J. Shin, "Multi-Stage TR scheme for PAPR Reduction in OFDM Signals," *IEEE Transaction on Broadcasting*, vol. 55, no. 2, pp. 300-304, June. 2009.
- [12] D. Guel, J. Palicot and Y. Louet, "Tone reservation technique based on geometric method for orthogonal frequency division multiplexing peak-to-average power ratio reduction," *IET Communications*, vol. 4, no. 17, pp. 2065-2073, June. 2010.
- [13] F. J. MacWilliams and N. J. A. Sloane, *The Theory of Error-Correcting Codes*, Amsterdam, The Netherlands: North-Holland, 1986.
- [14] 陳後守、邱茂清、王吳炫和吳昭明，**錯誤更正碼**，大放異彩書局，2007年。