

# 直流無刷馬達之模糊PID控制器設計

## Fuzzy PID Control of a DC Brushless Motor

作者一

施能義

亞洲大學資訊工程系副教授

e-mail:shih@asia.edu.tw

作者二

高嘉隆

亞洲大學資訊工程系研究生

e-mail:kaochialun@yahoo.com.tw

### 摘要

近年來無刷馬達的許多優良特性，使得無刷馬達成為業界競相轉型與發展之工具。如空調機、洗衣機、運動器材、代步車、手工具機...等，都能夠看到其發展之歷程。為了精進提升馬達特性，本文使用近代控制技術，以模糊理論結合傳統PID控制器，以設計具智慧型直流無刷馬達控制器，使其能適應不同環境而達到期望之要求。經模擬後與傳統之PID控制器比較，顯示出能提升驅動能力與控制效能，驗證本論文方法的可行性。未來期望此一模糊PID能在嵌入式系統中成為無刷馬達之主要控制器。

**關鍵詞:** 直流無刷馬達、Fuzzy、PID、Simulink。

### Abstract :

In recent years, brushless DC motor has many excellent characteristic. It makes the brushless DC motor as the industry's main development tools. Such as air conditioners, washing machines, sports equipment, means of transport vehicles and so on..in order to upgrading motor characteristics. In this paper, a fuzzy proportional integral derivative PID controller is proposed which can be tuned by carrying the tuning rules from fuzzy domain. it has been applied and validated in actual system control with significantly improves the control quality. The simulation results show that both the transitory performance and the steady state performance are better than that of conventional PID controller.

**Keywords :** brushless DC motor、Fuzzy、PID、Simulink。

### 1.前言

模糊理論是為了解決真實世界中普遍存在的模糊現象而發展的一門學問，它是美國加州柏克萊大學L.A.Zadeh於1965年首先提出的一種定量表達工具，用來表現某些無法確定定義的模糊性概念。模糊理論的重點就是要建立一種數學模型，能夠學習人為處理模糊事物的不確定性，以便能夠將其運用於電腦，進一步設計出比現階段控制或傳統控制、具有更好之強健性及適應性。

本文先推演 SSM-N-04-720F 直流無刷馬達後，結合 PID 控制器架構，再利用模糊理論來調變改善 PID 控制器之參數  $K_p$ ， $K_i$ ， $K_D$ ，使其具有適應性功能。根據模糊控制理論，本文是採用三角形的歸屬函數，將系統的誤差及誤差微分兩者分別依照模糊規則庫建立歸屬函數圖，將模糊概念與 PID 控制器結合使用，設計出模糊調變 PID 控制器參數。經模擬結果，顯現性能已有明確改善特性，能達到所期望的要求。

### 2.系統說明

直流無刷馬達(BLDCM)並不使用電刷來進行換向動作，而是利用電氣控制的方式定位，因此，必須要在馬達的軸心，加入一個磁器元件(如Hall-effect sensor，霍爾感測器)或光學編碼器(如Encoder，譯碼器)將目前轉子的位置提供給控制器，作為馬達換相依據。

#### 2.1 建立直流無刷馬達之系統動態方程式

數學模型的建立對於無刷馬達設計是很基本但也很重要的步驟，以數學為核心或根基，才有辦法看清Fuzzy PID控制器設計的思維是否得宜，也才能推估計算控制法則的利弊得失，最後再利用適當的控制法則，來瞭解系統之特徵狀態，以利設計與討論。

電動機由功率轉換動力裝置，其中將有部份之功率損失於馬達內部，其稱為耗損。直流無刷馬達之輸入、耗損、輸出如圖 2.1 說明所示：

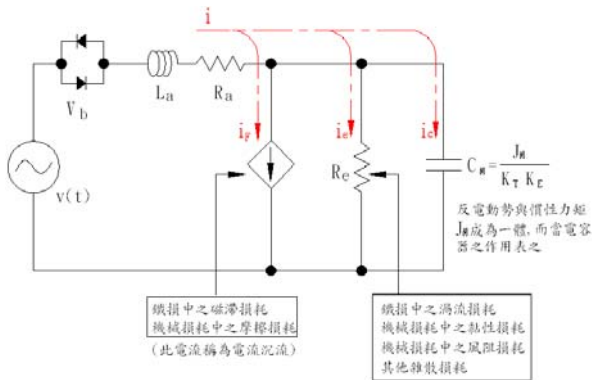


圖 2.1 直流馬達等效電路

**直流馬達之電氣性質：**

以等效電路圖來分析馬達之電氣性質，可以(2.1)式之微分方程式表示之：

$$v_b + L_a \frac{di}{dt} + R_a i + K_E \omega = v(t) \quad (2.1)$$

上式就是等效電路之電刷、線圈(繞組電感)及繞組電阻(銅損)與反電動勢之部分。宜將上式整理如(2.2)式：

$$L_a \frac{di}{dt} + R_a i = v(t) - v_b - K_E \omega \quad (2.2)$$

其中  $i$  = 電樞電流、 $v_a$  = 電刷電壓降， $L_a$  = 繞組電感， $R_a$  = 繞組電阻， $\omega$  = 馬達之旋轉速度， $K_E$  = 反電動勢常數， $v(t)$  = 施加電壓(含時間變化)。此處利用三相Y接(120° 導通)無刷直流馬達，進行數學模式之推導。圖2.2為三相二極無刷直流馬達之等效電路圖。

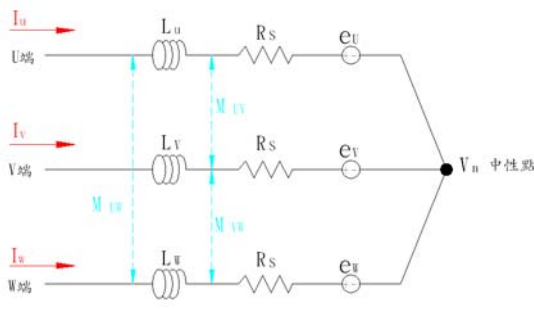


圖 2.2 三相 Y 接直流無刷馬達之等效電路圖

**直流無刷馬達之數學模式**

利用(2.2)式，可將三相直流無刷馬達電方程式推導如(2.3)式：

$$\begin{bmatrix} v_u - v_n \\ v_v - v_n \\ v_w - v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{uu} & M_{uv} & M_{uw} \\ M_{vu} & L_{vv} & M_{vw} \\ M_{wu} & M_{wv} & L_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_u \\ e_v \\ e_w \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

其中若馬達各相氣隙是均勻的，則各相的自感與互感是均等的  $L_{uu} = L_{vv} = L_{ww} = L$ ，假設馬達為三相平衡電流，則  $i_u = i_v = i_w = 0$  因此又可将(2.3)式改寫為：

$$\begin{bmatrix} v_u - v_n \\ v_v - v_n \\ v_w - v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L-M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L-M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_u \\ e_v \\ e_w \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

其中此時某一項(例如 u 相)之電動勢可以(2.5)式表示之：

$$e_u = k_e \omega (\sin \theta) \quad (2.5)$$

$k_e$  = 反電動勢常數， $\omega$  = 旋轉速度， $\theta$  = 轉子基準點之位置。因此又可将(2.4)式改寫為(2.6)式：

$$\begin{bmatrix} v_u - v_n \\ v_v - v_n \\ v_w - v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L-M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L-M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} + K_e \omega \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

**系統之轉移函數方塊圖與系統控制方塊圖**

由於本文主要的目的是應用於直流無刷馬達的速度控制，因此利用馬達動態數學方程式，建構馬達系統轉移函數方塊圖，以作為後續系統模擬與鑑別。

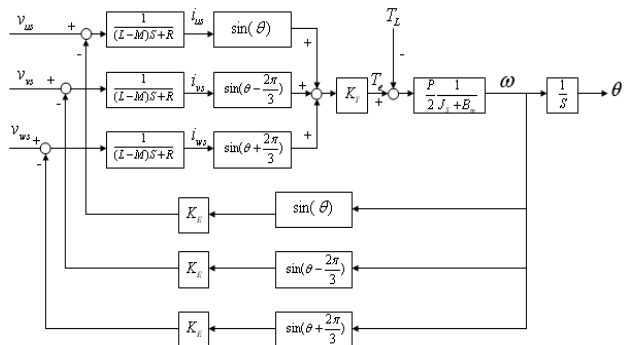


圖 2.3 三相 Y 接直流無刷馬達之方塊圖

本文將以電壓控制為主，如圖2.4所示，就是簡化過後的直流無刷馬達電壓控制模式之系統方塊圖：

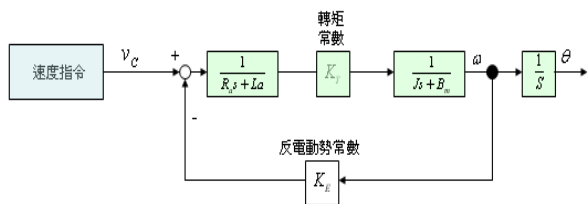


圖 2.4 直流馬達系統方塊圖

本文之模糊控制器為雙輸入與三輸出型式，根據系統誤差  $e$  及誤差變化量  $\Delta e$ ，搭配模糊控制器中的歸屬函數與模糊規則庫，調整 PID 控制器中  $K_p, K_i, K_d$  之參數，經由 PID 控制器計算輸出控制量  $V_{PID}$ ，再進行對受控系統閉迴路之控制，因此模糊 PID 控制器可依照環境變化或外在的干擾，而自行調整合適之  $K_p, K_i, K_d$  參數，如圖 2.5 所示為直流無刷馬達模糊 PID 系統控制方塊圖。

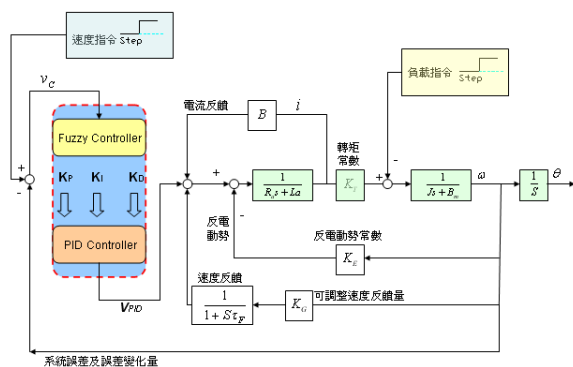


圖 2.5 模糊 PID 控制系統方塊圖

## 2.2 模擬系統建構

本章將依照馬達系統數學模式及系統控制方塊圖，並利用 Matlab/Simulink 建構 Fuzzy PID 模擬系統進行系統的響應模擬。本文除了希望能有效提升系統穩態特性，並將輸入型態變化來分析系統的穩定性。

### 直流無刷馬達之選取

為了建構馬達模型來進行模擬，我們必須收集完整的馬達特性資料。本研究將選用由遠唐科技製造的馬達做為系統模擬測試用，馬達標號為 SSM-N-04-720F (以下簡稱 SSM-04 馬達)，相關參數如表 2.1 所示：

表 2.1 SSM-N-04-720F 系列馬達參數規格表

	A	B	C	D
1	Praanter		Value	Units
2	轉矩常數 Torque Constant	$K_T$	0.4	$N - m / A$
3	反電動勢常數 Beck EMF Constant	$K_B$	0.4	$V / rad / sec$
4	繞組電阻 D.C Resistance	$R_a$	3.1	ohms
5	繞組電感 Inductance	$L_a$	11	H
6	馬達轉子慣量 Rotor Inertia	$J_s$	$3.4 \times 10^{-3}$	$Kg \cdot m^2$
7	阻尼係數 Viscous-damping Coefficient	$B_m$	1	$N - m - sec / rad$

## 3. 模擬控制系統

利用 MATLAB/SIMULINK 將圖 2.5 建立成圖 3.1 之模擬系統，並將表 2.1 控制迴路的重要參數數據帶入後，建立一個直流無刷馬達控制系統進行系統模擬。由於本論文所要控制迴路為速度迴路控制，所以其它控制迴路包括電流、向量與位置等皆省略之。

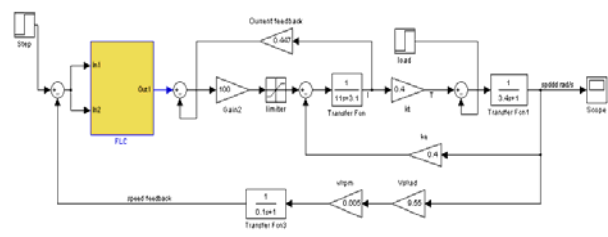


圖 3.1 模糊 PID 直流無刷馬達控制系統

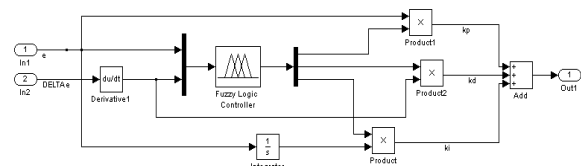


圖 3.2 模糊 PID 控制子系統

### 3.1 模糊邏輯控制庫建立

設計模糊化介面時，我們必須定義出模糊控制器的輸入與輸出變數，以及各項變數的範圍，並根據使用者的經驗與輸入變數資料，定義模糊歸屬函數 (Membership Function) 來表示各模糊集合空間模糊化程度。本研究以三角形歸屬函數定義兩組輸入變數為誤差  $e$  及誤差變化量  $\Delta e$ 、三組輸出變數為  $K_p, K_i, K_d$ ，其歸

屬函數名稱定義為：NB(Negative Big), NS (Negative Small), ZO (Zero), PS (Positive Small), PM (positive medium), PB (Positive Big)。如圖3.3所示，建立誤差 $e$ 的輸入模糊集合歸屬函數，集合區間為 $[-20\sim30]$ 。

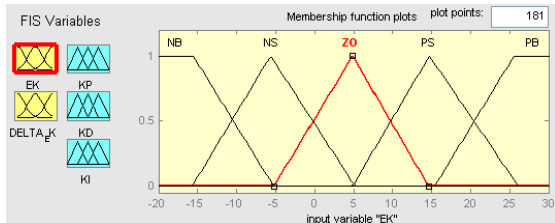


圖3.3 輸入變數誤差 $e$ 歸屬函數圖

如圖3.4所示，建立誤差變化量 $\Delta e$ 的輸入模糊集合歸屬函數，誤差變化量 $\Delta e$ ，集合區間設定為 $[-50\sim50]$ 。

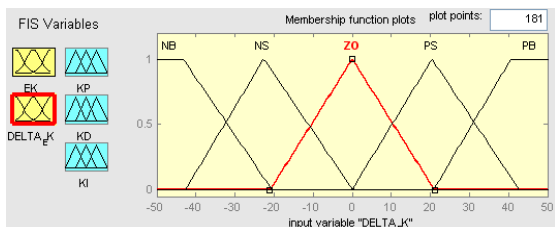


圖3.4 輸入變數變化量 $\Delta e$ 歸屬函數圖

圖3.5~圖3.7分別設定 $K_p$ 、 $K_I$ 、 $K_D$ 的輸出模糊集合歸屬函數。

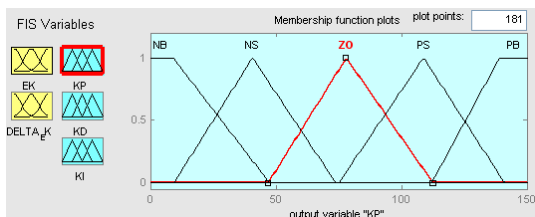


圖3.5 輸出變數 $K_p$ 歸屬函數圖

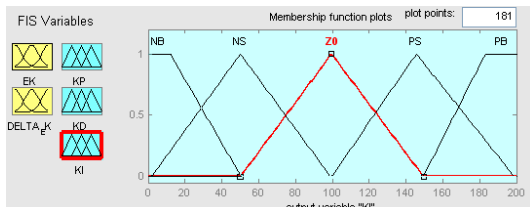


圖3.6 輸出變數 $K_I$ 歸屬函數圖

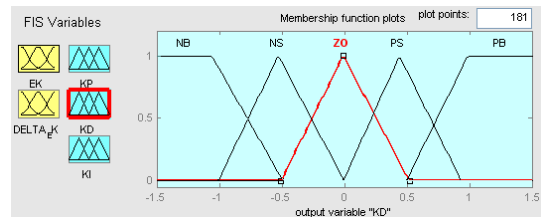


圖3.7 輸出變數 $K_D$ 歸屬函數圖

制定出適當的模糊規則庫，將影響控制系統的性能，一般模糊規則庫之規則，由多個語言敘述的if-then形式所構成，而本研究之模糊控制器為兩個輸入及三個輸出，因此需要訂立三組模糊規則庫，每組具有25條模糊規則，分別為PID 控制器之比例增益 $K_p$ 、微分增益 $K_D$ 、及積分增益 $K_I$ 為模糊控制器輸出變數，如表3.1~3.3所示，其中每一個方格子即代表了一組控制規則：

表3.1  $K_p$  模糊規則庫

		e				
		NB	NS	ZO	PS	PB
$\Delta e$	NB	PB	PM	PS	PS	ZO
	NS	PM	PM	PS	ZO	NS
	ZO	PM	PS	ZO	NS	NM
	PS	PS	ZO	NS	NS	NM
	PB	ZO	NS	NM	NM	NM

表3.2  $K_I$  模糊規則庫

		e				
		NB	NS	ZO	PS	PB
$\Delta e$	NB	NB	NM	NS	NS	ZO
	NS	NM	NS	NS	ZO	PS
	ZO	NM	NS	ZO	PS	PM
	PS	NS	ZO	PS	PS	PM
	PB	ZO	PS	PS	PM	PB

表 3.3  $K_D$  模糊規則庫

$K_D$		e				
		NB	NS	ZO	PS	PB
$\Delta e$	NB	NS	NB	NM	NM	NS
	NS	NS	NM	NM	NS	NS
	ZO	NS	NS	NS	NS	NS
	PS	ZO	ZO	ZO	ZO	ZO
	PB	NS	PS	PS	PS	PS

本研究推論機部份將採用 Mamdani 的 Min-Min-Max 模糊推論法，而解模糊化介面是使用重心法。檢視推論後的變數，其解模糊化後之三維空間模擬圖。如圖 3.8~圖 3.10 所示：

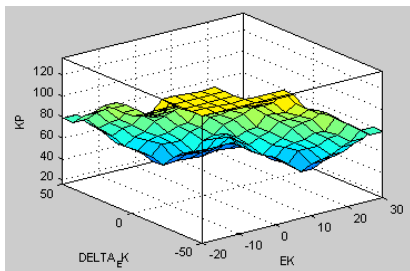


圖 3.8  $K_p$  的解模糊化三維空間模擬

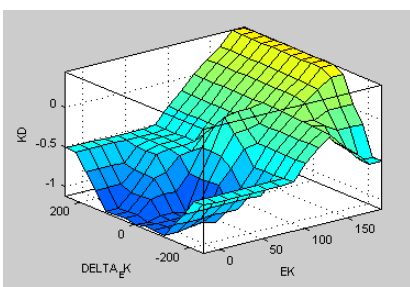


圖 3.9  $K_i$  的解模糊化三維空間模擬

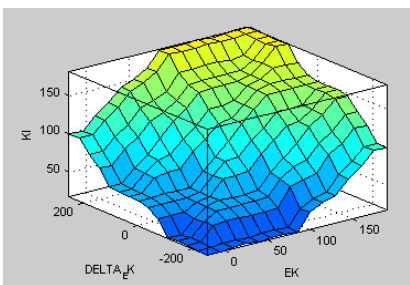


圖 3.10  $K_D$  的解模糊化三維空間模擬

### 3.2 系統控制特性響應分析

本研究是利用 Simulink 進行對於 SSM-04 馬達之模糊 PID 速度迴路控制模擬。本文將利用所建立之模糊 PID 控制系統，進行輸出響應曲線分析，並建立傳統 PID 控制器和模糊 PID 控制器模擬比較。本研究除與傳統控制器作比較外，也將系統輸入要求改為動態訊號，例如以方波與弦波作為系統輸入，藉以分析直流無刷馬達系統之反應速度與超越量等之比較，其輸出響應曲線如圖 3.11 所示。接下去本文將對不同輸入條件進行分析比較超越量、上升時間、安定時間等特性。

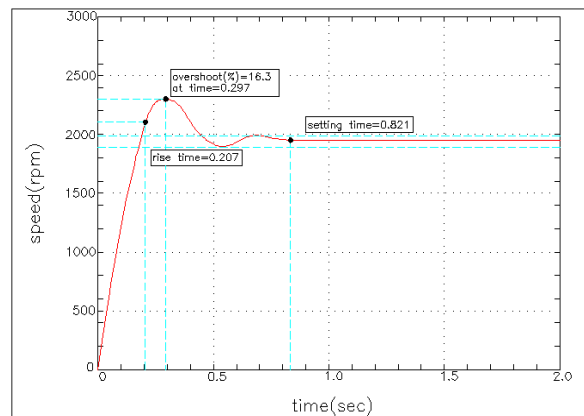


圖 3.11 模糊 PID 控制系統之輸出響應圖

從圖 3.11 中我們發現 SSM-04 馬達輸出響應，其中其上升時間 (rise time) 為 0.207 秒，超越量 (overshoot) 為 16.3%，安定時間 (setting time) 為 0.821 秒，穩態終值 (final value) 誤差為 0。

由 SIMULINK 建構圖 3.12 之模擬系統，此系統為模糊 PID 控制系統與馬達無控制、PID 控制系統的響應曲線作比較，經圖 3.13 比較後發現，模糊 PID 控制系統之各項表現皆優於其他兩者。

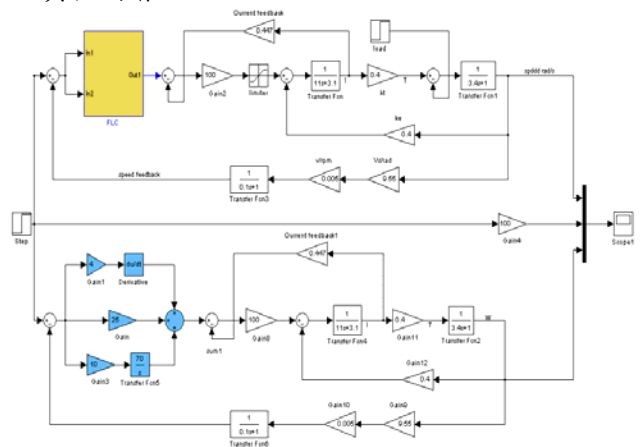


圖 3.12 直流無刷馬達控制系統(2)



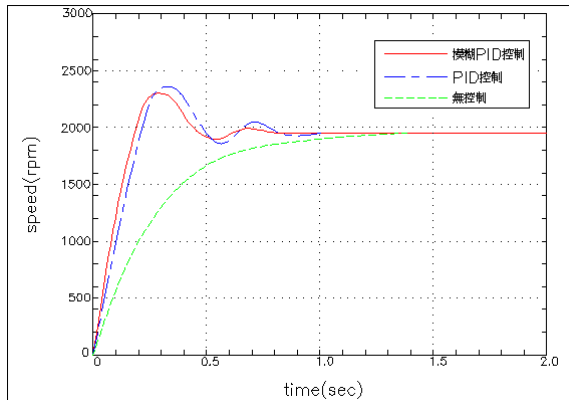


圖 3.13 模糊PID 控制系統響應分析比較圖

分別將輸入電壓改為方波與弦波形式，以分析、測試系統之控制性能，其結果如圖3.14與圖3.15所示，由響應波形可看出，無論是在方波(pulse generator)與弦波(sine wave)形式，模糊PID控制系統皆能有效控制SSM-04馬達使其呈現良好的反應速度與系統追隨性能。

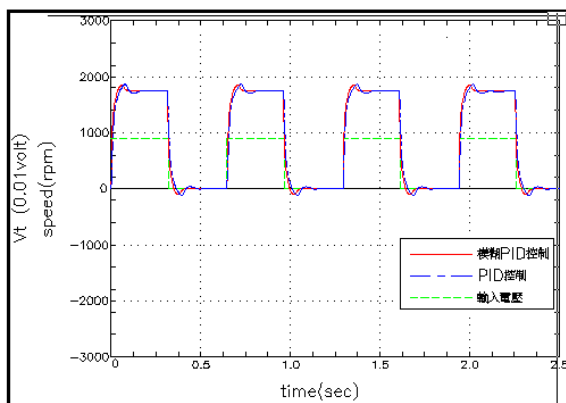


圖3.14 模糊PID控制系統方波輸入響應圖

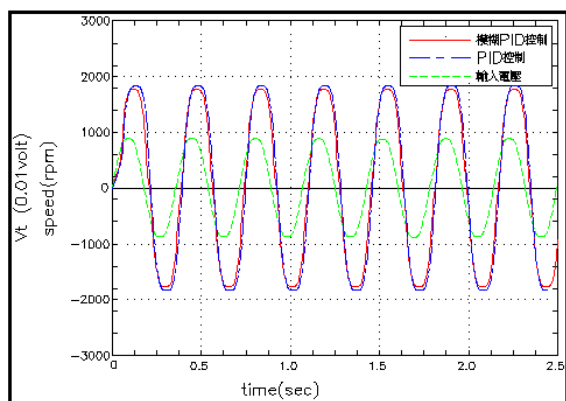


圖 3.15 模糊PID 控制系統弦波輸入響應圖

#### 4. 結論

本文利用模糊調變PID控制參數於實際SSM-N-04-720F 直流無刷馬達控制上。經simulink模擬系統，驗證所提設計方法之可行性。經模擬過後得知，模糊PID控制較傳統PID控制，擁有適應性的參數調整、與較佳的控制特性。就本文所模擬之SSM-N-04-720F馬達而言，由圖3.13~圖3.15可發現，此次研究所設計之模糊PID控制，其上升時間較PID控制器提升4.1%，超越量減少3.3%，安定時間減少0.27秒，其方波與弦波之追蹤性能，皆有較佳之表現。因此，本文設計之模糊PID控制器，有效改善PID控制器反應速度過慢造成控制效果不佳的問題。未來，在面對系統具有不確定性、時變性和非線性等複雜狀態時，模糊PID控制更能提供傳統PID控制器無法達到的成果。

#### 參考文獻

- [1] 李宜達，“控制系統設計與模擬使用MATLAB Simulink”，全華圖書 pp. 7.35-7.44, 2002。
- [2] 洪美玲、顏錦柱、賴寵文、邱銘彰、劉修綜，“直流馬達定位控制-最佳PID 控制器之設計”，pp. 195-200, 2005。
- [3] 孫宗瀛、楊英魁，“Fuzzy控制理論/實作與應用”，全華圖書，pp. 106-145, 1995。
- [4] 黃昌圳、孫清華，“最新直流無刷馬達”，全華圖書，pp. 7.1-7.45, 2001。
- [5] 趙清風，“控制工程初階使用MATLAB Simulink”，全華圖書，pp. 5.1-5.24, 2001。
- [6] 蘇德仁、劉炳麟、蔡春益，“自動控制 Automatic Control”，全華圖書，pp. 5.11-6.17, 2003。
- [7] 遠唐科技股份有限公司，“遠唐科技馬達說明書(全)”，pp. 120-122, 2008。