

# 利用 CODEQ 演算法求解 PID 控制球桿系統

葉仲益

Chung-Yi Yeh

明志科技大學電機系

台灣台北縣

Department of Electrical Engineering

Ming Chi University of Technology

e-mail : popper730902@hotmail.com

邱機平

Ji-Pyng Chiou

明志科技大學電機系

台灣台北縣

Department of Electrical Engineering

Ming Chi University of Technology

e-mail : jipyng@mail.mcut.edu.tw

## 摘要

本篇論文提出利用 CODEQ 演算法來設定球桿系統的 PID 控制器參數，有別於差分進化法 (Differential Evolution, DE)，雜亂搜索 (chaotic search)、反向學習 (opposition-based learning) 以及量子機制 (quantum mechanics) 等觀念已加入差分進化法，避免差分進化法中比例參數 (Scaling factor)、交配參數 (Crossover factor) 以及突變運算元 (Mutation Operator) 選擇上的困難並增進演算法收斂的速度；在本論文中 CODEQ 演算法以及差分進化法運用至 PID 控制球桿系統問題，從計算的結果可以證實，CODEQ 演算法有較好的收斂速度且可以獲得較好的結果。

**關鍵詞：**CODEQ、PID 控制器、差分進化法、雜亂搜索、反向學習、量子機制。

## Abstract

This paper presents a CODEQ algorithm for solving the parameters by PID ball and beam system. Different from the differential evolution, the concepts of chaotic search, opposition-based learning, and quantum mechanics are used in CODEQ algorithm to overcome the drawback of selection of the crossover factor, scaling factor, and mutation operator in the DE method. In this paper, the PID control system is used to as a comparison of CODEQ algorithm with differential evolution. From the computation results, the CODEQ algorithm is better than that of DE method.

**Keywords:** CODEQ, PID controller, Differential Evolution, chaotic search, opposition-based learning, quantum mechanics.

## 1. 前言

非線性控制理論的研究在控制理論發展過程中，一直是很重要的，尤其是在各種控制系統中，不穩定系統的控制問題更是相當困難的部份；為了研究不穩定系統的控制特性，本文以德國 Amira 公司的球桿實驗系統 (laboratory setup ball and beam) BW500 作為研究系統 [1]。

在實際工程應用中，應用最為廣泛的調節控制規律為比例積分微分 [2] (Proportional integral derivative, PID) 控制，最主要的原因在於比例積分微分控制具有結構簡單、穩定性好、工作可靠以及調節方便等的優點，因此，比例積分微分控制是目前各種工業控制領域中使用最為廣泛的工具之一，如何調節 PID 控制參數則成為本研究的重點。

在設定 PID 控制參數部份，本文係採用負回授系統，同時，使用演算法來計算輸入和輸出的誤差值，以達到優化參數的目的；在演算法的部份，本篇論文提出利用 CODEQ 演算法 [3] 來設定球桿系統的 PID 控制器參數，可以避免原始差分進化法中比例參數、交配參數以及突變運算元選擇上的困難，且從計算的結果可以知道，CODEQ 演算法有較好的收斂速度且可以獲得較好的結果。

## 2. 球桿系統

本論文的硬體設備係以德國 Amira 公司的球桿實驗系統裝置 BW500 為研究對象，球桿系統架構由受控機構、致動器及介面卡等三個主要部份所組成。

### 2.1 硬體設備

本設備主要由受控機構、致動器及介面卡所組成 [4]，由牛頓力學得出該球桿系統的運動方程為一非線性方程組。因此，該球桿系統本質上是非線性的，並以 PID 控制平衡桿，經由上方之 CCD 感測平衡桿上之球體移動位置做球體定位控制。

由圖 1 可以了解球桿系統受控機構的構造；攝影機：負責將球桿系統動態轉換成視訊訊號傳送回致動器模組；紅外線掃描器：完成球體位置測量工作；亮度補償燈：負責補償周遭環境亮度，使掃描器能正確偵測球體位置。

### 2.2 球桿系統數學模型

球桿系統數學模型可分為動態方程式以及狀態空間方程式兩個部份，以方便系統模擬及控制器設計之用。

對球桿系統作數學模型之建立，首先必須要假設球體在平衡桿上是純滾動而非滑動，如此可減少系統建模的複雜性，並且所以，球桿系統可以經由圖 2 分析得到，此球桿系統的總動能( $T$ )=球體的平移動能+總旋轉動能，其方程式如下：

$$T = \frac{1}{2}[(I_w + I_b + mr^2)\dot{\alpha}^2 + (m + \frac{I_b}{R^2})\dot{\alpha}^2] \quad (1)$$

在這裡

$m$ ：球體的質量 (單位：kg)

$r$ ：球體的位置 (單位：m)

$R$ ：球體的半徑 (單位：m)

$I_b$ ：球體的轉動慣量 (單位：kg-m<sup>2</sup>)

$I_w$ ：平衡桿的轉動慣量 (單位：kg-m<sup>2</sup>)

$\alpha$ ：平衡桿旋轉的角度 (單位：rad)

以及總位能( $U$ )=球體的位能+平衡桿的位能

$$U = mgr \sin \alpha + \frac{1}{2} Mg \sin \alpha \quad (2)$$

$M$ ：平衡桿的質量 (單位：kg)

$g$ ：重力加速度 (單位：m/ sec<sup>2</sup>)

由(1)及(2)式可得為

$$L = T - U = \frac{1}{2}[(I_w + I_b + mr^2)\dot{\alpha}^2 + (m + \frac{I_b}{R^2})\dot{\alpha}^2] - mgr \sin \alpha - \frac{1}{2} Mg \sin \alpha \quad (3)$$

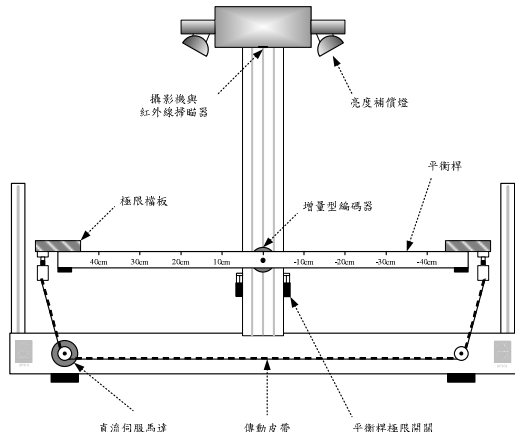


圖 1 球桿系統機構正視圖

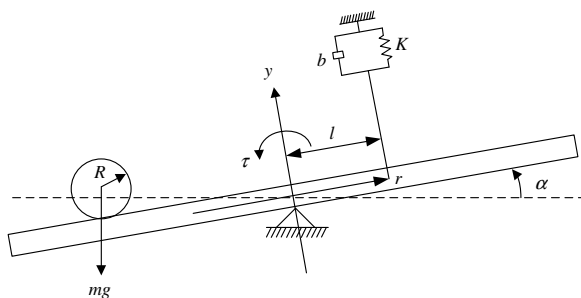


圖2球桿系統機構示意圖

將(3)式代入以下方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \tau \quad (5)$$

$\tau$ ：球桿系統的力矩 (單位：kg-m)

且設原點為平衡點，依序可分別得到系統之動態方程式

$$(m + \frac{I_b}{r^2})\ddot{\alpha} = -mg\alpha \quad (6)$$

$$(I_w + I_b)\ddot{\alpha} + mgr = \tau \quad (7)$$

### 3. PID 控制器

PD 控制器會增加一系統的阻尼，但穩態響應則不受影響；而 PI 控制器雖會同時增加阻尼並改善穩態誤差，但是上升時間和安定時間必須付出代價。這導致利用 PID 控制器的動機以使得 PI 和 PD 控制器的每一最好特性皆能應用到。

在連續時間裡，PID 控制器是指：

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s} \quad (8)$$

在這裡

$K_p$ ：比例控制參數

$K_I$ ：積分控制參數

$K_D$ ：微分控制參數

轉換為離散時間，PID 控制器可寫為：

$$G_{PID}(z) = K_p + K_I \frac{z}{z-1} + K_D \frac{z-1}{z} = \frac{(K_p + K_I + K_D)z^2 - (K_p + 2K_D)z + K_D}{z^2 + z} \quad (9)$$

由 9 式以及表 1 可以算出其系統的離散轉移函數，如下：

$$P(z) = \frac{10^{-4} \times (0.4857z + 0.4857)}{z^2 - 2z + 1} \quad (10)$$

圖 3 則是以 Matlab 中的 Simulink 建立數位 PID 控制器與上式推導出的離散轉移函數帶入至系統內。

在 PID 控制器中 Kp、Ki 和 Kd 三個參數需要由經驗調整，且經過不斷嘗試定出，在本文，利用 CODEQ 演算法求出 Kp、Ki 和 Kd 三個參數設定的值，以降低設定 PID 控制器參數的困難。

#### 4. CODEQ 演算法

CODEQ 演算法則是將雜亂搜索[5]、反向學習[6]以及定量機制[7]等觀念加入差分進化法[8,9]來有效避免差分進化法中比例參數、交配參數以及突變運算元選擇上的困難問題，並增進演算法收斂的速度。

CODEQ演算法的執行過程，首先在搜尋範圍內隨機初始化產生族群父代  $x_i(t)$ ，此演算法將會迭代  $t$  次，經過突變產生新的族群  $v_i(t)$ ，突變的公式如下：

$$v_i(t) = x_i(t) + (x_{i1}(t) - x_{i2}(t)) \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (11)$$

這邊  $u \sim U(0,1)$ ，且上式是修改原先定量機制公式[10]如下式：

$$x(t+1) = g \pm \frac{L}{2} \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (12)$$

讓  $x_i(t)$  取代區域吸引子  $g$ ， $(x_{i1}(t) - x_{i2}(t))$  取代  $\frac{L}{2}$ 。

產生新的後代在選擇的部份只有優於父代的個體才會被保留下來，經由挑選成為新的一代，挑選的規則[11]如下：

$$w(t) = \begin{cases} LB + UB - r \times x_b(t) & \text{if rand} \leq 0.5 \\ x_g(t) + |x_{i1}(t) - x_{i2}(t)| \times (2c(t) - 1) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

在這裡  $r \sim U(0,1)$ ，LB 與 UB 分別為下限值和上限值， $x_b(t)$  為個體中最差的值(也就是不適

表 1：球桿系統參數規格

名稱	縮寫	數值
球體的質量	$m$	0.27kg
平衡桿的質量	$M$	1.122kg
重力加速度	$g$	9.8m/s <sup>2</sup>
球體的半徑	$R$	0.02m
球體的轉動慣量	$I_a$	4.32 × 10 <sup>-3</sup> kg·m <sup>2</sup>
平衡桿的轉動慣量	$I_w$	0.14025 × 10 <sup>-5</sup> kg·m <sup>2</sup>
球桿系統的摩擦力	$b$	1.0Ns/m
球桿系統的彈簧	$K$	0.001N/m
力矩的半徑	$l$	0.49m

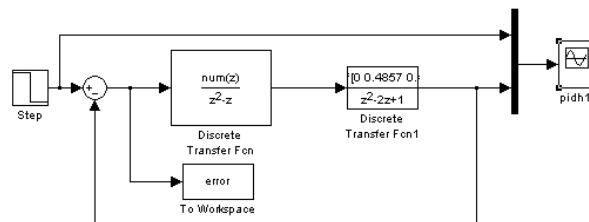


圖3 PID控制器

合的值)， $x_g(t)$  為個體中最好的值(適合的值)，在  $x_{i1}(t)$  和  $x_{i2}(t)$  為隨機挑選的個體，且  $i_1 \neq i_2 \neq i$ ； $c(t)$  為一個雜亂搜索的變量，雜亂搜索的挑選如下：

$$c^{G+1} = \begin{cases} c^G & \text{if } c^G \in (0, p) \\ \frac{p}{(1-p)} & \text{if } c^G \in [p, 1] \end{cases} \quad (14)$$

這裡  $p \in (0, 0.5) \cup (0.5, 1)$ 。

#### 5. 實驗結果

本節當中將以本研究所提出CODEQ演算法與差分進化法分別針對球桿系統的PID控制參數進行設定，並且將結果進行比較。

本實驗中將演算法個體數(NP)設定為200，並且將迭代次數定為150代，且本論文所定的適應性函數表示為：

$$\text{Fun} = \sum_{k=1}^{k=53} \text{error}(k) \times \text{error}(k) \quad (15)$$

在這裡

k：取樣次數

在此適應值取最小值，可以從圖4以及圖5看到兩個演算法皆可達到穩定狀態，然而從表2的計算比較中，可知CODEQ演算法約在130代已經找到最佳值，而DE的參數設定為比例參數為0.85、交配參數為0.8以及突變運算元選擇第二類別後，DE在145代才找到最佳值，而CODEQ的適應值也小於DE的適應值，所以，從計算結果可以看到使用CODEQ演算法調節PID參數可以得到更好的控制效果。

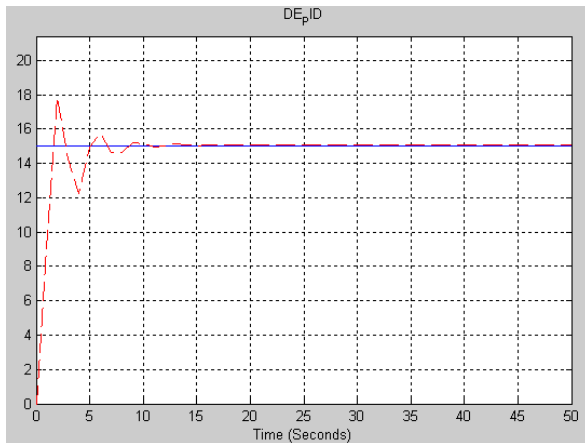


圖4 DE調節PID控制

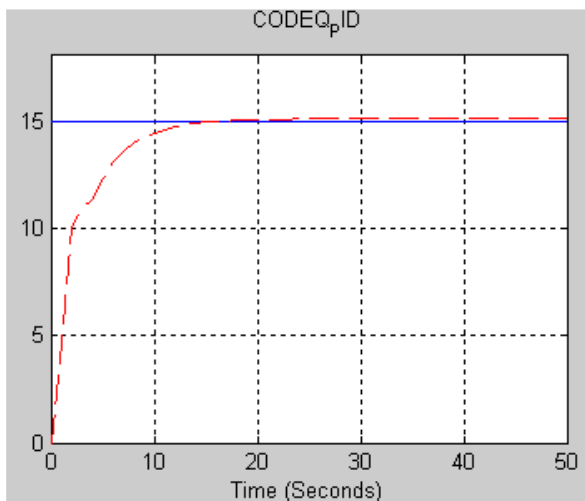


圖5 CODEQ調節PID控制

表2： MATLAB計算代數及誤差值

演算法	比較項目	
	收斂代數	$\sum_{k=1}^{k=53} \text{error}(k) \times \text{error}(k)$
CODEQ	131	277.4112
DE	144	277.5713

## 6. 結論

本研究提出以CODEQ演算法來控制系統中的PID參數值。此一演算法和DE相比擁有更快的收斂速度、更為出色的全域搜索能力。由實驗數據中得知，CODEQ 演算法有快速收斂的特性，且計算的結果也較DE還要好，因此本篇論文提出CODEQ演算法不但能夠來避免原始差分進化法中比例參數、交配參數以及突變運算元選擇上的困難，且在PID控制參數上有好的選擇。

## 參考文獻

- [1] 何朕、王毅、周長浩、劉彥文，”球-桿系統的非線性問題”，*自動化學報*，第三十三卷，第五期，pp. 550-553，2007。
- [2] G.P. Liu, S. Daley , ”Optimal-tuning PID control for industrial systems” , *Control Engineering Practice*, Vol. 9, No. 11, pp. 1185-1194, 2001。
- [3] M G H. Omran, A. Salman , ”Constrained optimization using CODEQ,” *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 42, pp.662-668, 2009。
- [4] 楊敏瑄、張嘉德，”智慧型多取樣頻率控制於球桿系統之應用”，*碩士論文*，私立明志科技大學，台北縣，pp. 41-58，2008。
- [5] K. Aihara, “Applied Chaos” , *Science Co.Ltd* , 1994。
- [6] S. Rahnamayan, H. Tizhoosh and M. Salama , “Opposite-based Differential Evolution.” , *IEEE Trans. On Evolutionary Computation*, vol. 12(1), pp. 107-125, 2008。
- [7] C. M. Bender, D. C. Brody, H. F. Jones, "Complex extension of quantum mechanics," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p270401, 2002。
- [8] 李維平、簡環蔚，”改良突變權重的差分進化演算法”，*第二十屆國際資訊管理學術研討會*，pp. 593-600，2009。
- [9] K. Price, R. Storn and J. Lampinen, “Differential evolution: a practical approach to global optimization.” , *Springer*; 2005。
- [10] J. Sun, B. Feng, W. Xu, “Particle swarm optimization with particles having quantum behavior.” *In: Proceedings of the IEEE congress on evolutionary computation*, p. 325-31, 2004b。
- [11] J. Sun, W. Xu, B. Feng, “A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization.” *In: Proceedings of the IEEE conference on cybernetics and intelligent systems*, p. 111-6, 2004a。