

以減少取樣來提升經驗模態分解演算法計算效率之研究

吳順德
國立臺灣師範大學
機電科技學系
助理教授
sdwu@ntnu.edu.tw
徐士宜
國立臺灣師範大學
機電科技學系
研究生
697730258@ntnu.edu.tw

林家齊
國立臺灣師範大學
機電科技學系
研究生
697730234@ntnu.edu.tw
余福豪
國立臺灣師範大學
機電科技學系
研究生
698730243@ntnu.edu.tw

賴正倫
國立臺灣師範大學
機電科技學系
研究生
697730246@ntnu.edu.tw

摘要

經驗模態分解法 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 是近年來相當被重視的一種非穩態訊號時頻分析及濾波的工具。其基本精神是透過一套篩選程序(Sifting Process)將訊號分解成一個均值趨勢(mean trend)訊號與許多零均值震盪函數的加總，這些震盪函數被稱為本質模態函數(Intrinsic Mode Function, IMF)。EMD的篩選程序必須用到極值點搜尋與立方雲線內插等演算法，這些方法的運算複雜度與訊號取樣點成正比，當取樣點數目過大時，EMD的計算效率將會非常低落。本論文提出在EMD分解過程中加入減少取樣(Down Sampling)的方法，減少低頻分量取樣點數目，提高每一個IMF的迭代篩選的效率，進而提升EMD整體的計算速度，實驗結果顯示，本方法可大幅提升EMD的計算速度。

關鍵詞：經驗模態分解法、資料重建、增加取樣、減少取樣。

Abstract

A new nonlinear technique for time frequency analysis, referred to as Empirical Mode Decomposition (EMD), has recently been pioneered. With the specified designed sifting process, a signal can be represented as sums of zero-mean AM/FM components, terms Intrinsic Mode Functions (IMFs). An extrema searching algorithm and cubic spline interpolation is used to estimate the upper and lower envelop of IMF for the sifting procedure. The computational cost of the extrema searching algorithm and cubic spline interpolation both depend on the data length. Therefore, the computational efficiency of

EMD algorithm will be decreased dramatically when data length of the target signal is large. In this paper, the down-sampling technique is introduced into the sifting process to reduce the computational cost of EMD procedure. Experimental results demonstrate that computational efficiency can be improved greatly by using the proposed method.

Keywords : Empirical Mode Decomposition, data reconstitution, up sampling, down sampling.

1. 前言

訊號分析不論在實際應用或者是純理論發展皆是相當重要的課題。傳統的訊號分析是利用傅立葉的方法將訊號由時域轉成頻率做分析，但是在頻譜上只能分析訊號的頻率分佈，卻不易看出訊號頻率隨時間的變化，因此學者們為了解決上述的問題發展出短時傅立葉轉換(Short Time Fourier Transform)、小波轉換(Wavelet Transform)與希爾伯特-黃轉換(Hilbert-Huang Transform, HHT)等時頻分析法。

由於HHT比其他時頻分析，如小波轉換與維格納分布(Wigner-Ville distribution)，具有以下幾個優點：[1]

1. 精細的時間-頻率解析度；
2. 不存在交叉干擾項。

使得在分析訊號上能更精確的判讀出訊號的特性。因此近年來HHT方法被廣泛應用到全球定位系統[2]、海洋量測訊號[3]、程序控制[4]、生醫訊號[5]、語音訊號[6]及影像處理[7]等相關領域。

HHT分析方法分為兩個步驟:(1)利用一套特殊的篩選程序(sifting process)將訊號拆解成數個稱為本質模態函數(IMF)的震盪訊號與一個趨勢訊號,黃鐸稱此步驟稱為經驗模態分析(Empirical Mode Decomposition, EMD);(2)將數個IMF分量經過希爾伯特轉換(Hilbert transform, HT)取得訊號的瞬時頻率(instant frequency),進而求得訊號的時間-頻率-能量分佈訊息。

作為HHT的一個重要的流程,EMD的準確度與效率會影響HHT的結果與效能。雖然EMD發展已十年,但此方法仍存在許多的問題亟待被解決,這些問題包含:(1)停止準則之選取;(2)邊界效應;(3)訊號混波現象;(4)篩選程序之效率性[17]。本論文的主要目的是提升篩選程序的效率。

EMD在拆解IMF分量時,必須透過篩選迭代的程序將高頻與低頻完全拆解出來,然而篩選程序因需執行迭代的程序而使得EMD的整體計算效率低落,因此Frei and Osorio[19]及Louis Yu Lu [9]分別在2007年提出了不需使用迭代程序的類EMD演算法來增進EMD的計算效率,但這兩種方法都會產生嚴重的混波現象,究其原因乃是因為他們的演算法取消迭代過程[9]。

EMD的篩選程序必須用到極值點搜尋與立方雲線內插等演算法,這些方法的運算複雜度與訊號取樣點成正比,當取樣點數目過大時,EMD的計算效率將會非常低落。我們提出在EMD分解過程中加入減少取樣(Down Sampling)的方法,減少低頻分量取樣點數目,提高每一個IMF的迭代篩選的效率,進而提升EMD整體的計算速度,實驗結果顯示,本方法可大幅提升EMD的計算速度。

本論文架構如下所示:第2節介紹EMD特性以及方法流程;第3節敘述本研究以減少取樣法來改善EMD計算效率的相關觀念;第4節列出我們的實驗結果;第5節給出本論文的結論。

2. 經驗模態分解法

訊號透過EMD拆解,能將訊號由高頻至低頻依序拆解出來,而訊號拆解出的分量序列稱為IMF。在訊號中不同局部的特徵都可以拆解出不同的IMF,因此每個IMF都含有一些特定的物理意義[1]。IMF必須滿足以下兩個定義:[8][9]

1. 訊號局部極大值(local maxima)與局部極小值(local minima)的總和要與訊號跨零點的數目須相等或最多相差一。

2. 在任意時間上,局部極大值利用立方雲線(cubic spline)所連成的上包絡線(upper envelop)與局部極小值利用立方雲線所連成的下包絡線(lower envelop),其上下包絡線的平均值須為零。

滿足以上兩個定義所拆解出的IMF都是近似單成分(mono-component)和幾乎正交的訊號[10]。

EMD的篩選流程如下[11]:

1. 找出輸入訊號 $x(t)$ 的局部極大值,利用立方雲線(cubic spline)將所有的極大值連接起來作為上包絡線 $u_k(t)$,再找出局部極小值,利用立方雲線將所有的極小值連接起來作為下包絡線 $l_k(t)$ 。
2. 利用上包絡線 $u_k(t)$ 與下包絡線 $l_k(t)$ 找出均值包絡線 $m_k(t)$ 。

$$m_k(t) = \frac{(u_k(t) + l_k(t))}{2} \quad (2.1)$$

3. 將原始的輸入訊號 $x(t)$ 減去均值包絡線 $m_k(t)$ 得到一個分量 $h_k(t)$,其表示如下:

$$h_1(t) = x(t) - m_1(t) \quad (2.2)$$

4. 以上三個步驟是在做IMF的篩選程序,如果分量 $h_k(t)$ 能滿足IMF的定義,就將分量 $h_k(t)$ 表示成 $c_1(t)$,如果不符合IMF的定義就把分量 $h_k(t)$ 表示成輸入信號繼續做篩選的動作。

$$c_n(t) = h_k(t) \quad (2.3)$$

5. 將輸入訊號 $x(t)$ 減去 $c_n(t)$ 表示成殘餘量 $r_n(t)$ 。

$$r_n(t) = x(t) - c_n(t) \quad (2.4)$$

6. 最後判斷殘餘量 $r_n(t)$ 是否為一個震盪周期,如果是就把殘餘量 $r_n(t)$ 表示成輸入信號 $x(t)$ 繼續的做拆解,如果不是就停止做拆解的動作,最後原始訊號可表示如下

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (2.5)$$

以上的步驟可以用圖1的流程圖來表示。

在做篩選IMF的時候，為了避免做過多的篩選導致IMF失去原始單一成分信號的物理意義，因此加入停止準則來停止篩選程序，標準的EMD是用標準差(standard deviation, SD)來作為停止篩選的條件。標準差是檢查兩次疊代之間所篩選出來的分量的距離，如果SD介於0.2-0.3之間就停止篩選，表示公式如下：[12]

$$SD = \sum_{i=0}^T \left[\frac{|(h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t))|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (2.6)$$

停止準則除了SD之外，尚有三參數法則[13]、能量差異追蹤法[14]、頻率-頻寬[15]、S數準則[16]，其特點整理如表1[17]：

3. 以減少取樣提升 EMD 計算效率

3.1 傳統EMD耗時問題

訊號經EMD拆解時，其計算效率不高，主要的原因是在篩選過程中必須多次迭代才能將IMF拆解出來，然而每次迭代都會經過以下幾個步驟：

(1) 搜尋極值點：

將連續三個取樣點進行比較，進而求得極值點。由於搜尋極值點需計算2倍取樣點的資料量，因此取樣點數過多所耗的時間便會增加。

(2) 立方雲線係數：

立方雲線係數是由訊號極值點數目求得，因此求取立方雲線係數所耗之時間與極值點數有關，與取樣點數無關。

(3) 找出上、下包絡線：

內插立方雲線，將所有的極大值連接形成下包絡線，將極小值連接形成下包絡線。在計算立方雲線所耗之時間與訊號原始資料數據有關，拆解時間將隨數據增加而延長。

3.2 快速經驗模態分解法

上述第(1)、(3)步驟所耗之時間都與取樣點數有關，故若能將取樣點減少，則篩選過程所耗費的時間將大幅降低，進而達到提升EMD計算效率之目的。透過篩選程序，訊號可被分為高頻的IMF及低頻殘餘量，低頻的訊號可以用比較大的取樣時間來取樣，因此我們的想法是在每個IMF的篩選程序結束後，對低頻殘餘量進行減少取樣的流程，以降低下一個IMF的篩

選程序所需的取樣點，以降低篩選程序的計算時間。減少取樣(down sampling)[18]是將原始訊號奇數部分(或偶數部分)的資料點忽略不算，如圖3所示，紅點為保留的取樣點。結合減少取樣技術的EMD演算法的概念圖可歸納成圖2。而具體的演算法步驟如下(圖4)：

1 找出輸入訊號 $x(t)$ 的局部極大值，利用立方雲線將所有的極大值連接起來當作上包絡線 $u_k(t)$ ，接下來找出局部的極小值，利用立方雲線將所有的極小值連接起來當作下包絡線 $l_k(t)$ 。

2 上包絡線 $u_k(t)$ 與下包絡線 $l_k(t)$ 找出均值包絡線 $m_k(t)$ ，如公式(2.1)。

3 將原始的輸入訊號 $x(t)$ 減去均值包絡線 $m_k(t)$ 得到一個分量 $h_k(t)$ ，如公式(2.2)。

4 以上3個步驟必須做兩次以上，然後檢查兩次疊代分量的距離，如果SD介於0.2-0.3之間就停止篩選，如公式(2.3)：

5 將輸入訊號 $x(t)$ 減去 $c_n(t)$ 表示成殘餘量 $r_n(t)$ ，如公式(2.4)。

6 殘餘量 $r_n(t)$ 經過減少取樣的方法將奇數取樣點存在另一空間，使取樣點減少為原來的一半，其表示如下：

$$rd_n(t) = r_n(tM) \quad t = 1, 2, 3, \dots, M = 2 \quad (3.1)$$

7 最後判斷殘餘量 $rd_n(t)$ 是否為一個震盪周期，如果是一個震盪周期就把殘餘量 $rd_n(t)$ 表示成輸入信號 $x(t)$ 繼續做拆解，如果不是就停止做拆解的動作。

根據降低篩選迭代計算的資料量以提高EMD計算效率的想法，發展出快速經驗模態分解演算法，此方法是否能有效提升EMD計算效率，在實驗結果中會加以驗證。

4. 實驗結果

4.1 計算效率評估

本研究所使用的模擬訊號共有5組，茲表示如下：

訊號1

$$Y(t) = \sin(6\pi \times t_r) + \sin(\pi \times t_r) + \sin(60\pi \times t_r)$$

訊號2

$$Y(t) = 3e^{-0.5t_r} + 5\sin(14\pi \times t_r)$$

訊號3

$$Y(t) = 11\sin(14\pi \times t_r) + 15e^{-0.4t_r} \sin(6\pi \times t_r)$$

訊號4

$$Y(t) = 15e^{-0.3t_r} \sin(14\pi \times t_r) + 13e^{-0.5t_r} \sin(6\pi \times t_r)$$

圖5與圖6分別為傳統EMD與本研究方法拆解訊號1求得的IMF與殘餘量，將圖5與圖6進行比對，比對結果發現，本方法與傳統EMD拆解出的分量是一致的，因此利用減少取樣法提升EMD計算效率是不會改變IMF含有的物理意義，使得兩種方法的計算速度可以做比較。其比較結果如圖7-8與表2所示。由表2得知，當取樣點較少時(5000點)，篩選程序因計算量少，使得減少取樣的效果並不顯著，因此傳統EMD與本研究方法之間的計算時間相差不大，隨著取樣點的增加，兩種方法相差的時間就越大，因此減少取樣的方法是可以降低篩選程序所耗之計算時間。為了進一步的驗證本研究可以有效降低篩選時間，因此將這兩種方法對訊號1長時間的訊號進行拆解，結果如表3與圖7所示。從表3的數據和圖7的拆解時間趨勢可以看出，當取樣點越多時，拆解的時間和倍數圖8也會相差越多。證實篩選程序因取樣點的多寡，改變其計算時間，進而影響到EMD整體的計算效率，因此本研究減少低頻分量的資料長度是可以提升EMD計算效率。

4.2 誤差評估的方式

當低頻分量透過減少取樣法將資料量減少，可能會改變低頻分量的極值點，使得上、下包絡線受到影響，進而改變IMF分量，由於作者無法得知利用本方法拆解出的IMF分量與傳統EMD拆解出的IMF分量之間是否有誤差，因此對本方法拆解出的IMF分量與殘餘量進行資料重建，將重建訊號與原始訊號進行比對，最後利用均方誤差量測兩訊號之間的誤差量。

由於在重建訊號上因IMF與殘餘量資料長度不一致無法進行重建，因此利用增加取樣的方法將殘餘量的資料長度，擴充至與IMF相同的長度進而做重建，其概念流程圖如圖9所示。其中增加取樣(up sampling) [18]的原理是將原始訊號中每兩個資料點中間內插一個均值，使資料量增加，達到資料擴充的效果，如圖10，紅色點為內插取樣點。

以下是資料重建與均方誤差的程序如圖11，流程如下：

1. 將殘餘量做增加取樣的動作，在兩點之間內插一個中值，使得殘餘量點數擴充至原來的兩倍，其方法如下：

$$r_e(n) = \begin{cases} rd_n(n/L) & ; n = 0, \pm L, \pm 2L \dots \\ rm_n(n/L) & ; \text{其他} \end{cases} \quad (4.1)$$

其中 r_e 為殘餘量擴充後的訊號、 $L = 2$ 、

$$rm_n(n/L) = \frac{rd_n(n/L) + rd_n(n/L+1)}{2} \text{ 為內插點。}$$

2. 檢查擴充後殘餘量的點數是否與IMF的點數相同，當點數不相等時，在結束點補上不足的數量，其表示如下

$$r_e(N_{imf}) = 2x_e(N_x) - (r_e(N_x - 1)) \quad (4.2)$$

If $N_x < N_{imf}$

其中 N_x 為擴充後殘餘量的數目、

N_{imf} 為IMF的數目

3. 殘餘量和IMF做相加的動作。

$$rd_n(t) = c_n + r_e \quad (4.3)$$

4. 重複1-2步驟直到所有的IMF都加總完畢。

5. 計算重建訊號和原始訊號的均方誤差，其表示如下：

$$error = \frac{\sqrt{(x_n - x_e)^2}}{N_x} \quad (4.4)$$

其中 x_e 為重建訊號

原始訊號與重建訊號之間的誤差量，量測結果如表4所示。

由表4數據得知，不管資料長度多長，原始訊號與重建訊號之間的均方誤差都在 10^{-4} 以下。這個結果說明取樣過程對訊號的破壞是有輕微的，在許多實際的問題上，這些誤差是可以被容忍的。

5. 結論

由於經驗模態分解法在拆解訊號時，會將成分由高頻拆解至低頻，然後把雜訊部分的IMF分量給移除，最後再將其餘的IMF和殘餘

量訊號做重建，使訊號不包含雜訊部分，達到濾波的效果，然而傳統的EMD拆解過程中，在篩選IMF分量是非常耗時的，因此本論文利用減少取樣的方法將每次篩選IMF分量的取樣點減少為原來的一半，使得EMD在篩選時可以有效的減少時間，為了不使有效資訊在減少取樣的過程被移除，因此使用增加取樣的方法將減少的取樣點做擴充以達到資料重建的目的，最後透過均方誤差的檢查，判斷是否經過減少取樣和增加取樣的過程中會遺失有效資訊，結果4組訊號的均方誤差大部分都在 10^{-4} 以下，證實此方法不僅遺失的資料有限，且可以提升拆解速度，達到增進EMD拆解效率的目的。

6. 參考文獻

- [1] Helong Li, Lihua Yang, Daren Huang, "The study of the intermittency test filtering character of Hilbert-Huang transform", *Mathematics and Computers in Simulation*, P 22-32, 2005.
- [2] Vinayak Kamath, Ying-Cheng Lai and Liqiang Zhu, "Empirical Mode Decomposition and Blind Source Separation Methods for Antijamming with GPS Signals", *IEEE Position Location and Navigation Symposium PLANS 2006*, San Diego, California, USA, 25-27 Apr. 2006
- [3] Y. X. Huang, F. G. Schmitt, Z. M. Lu and Y. L. Liu, "An Amplitude-Frequency Study of Turbulent Scaling Intermittency Using Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectral Analysis", *A Letters Journal Exploring The Frontiers of Physics*, vol. 84, 40010 (6pages), 2008.
- [4] Ranganathan Srinivasan, Raghunathan Rengaswamy and Randy Miller, "A Modified Empirical Mode Decomposition (EMD) Process for Oscillation Characterization in Control Loops", *Control Engineering Practice*, vol. 15, no. 9, pp. 1135-1148, 2007.
- [5] Binwei Weng, Manuel Blanco-Velasco and Kenneth E. Barner, "ECG Denoising Based on The Empirical Mode Decomposition", *IEEE International Conference on Engineering in Medicine and Biology Society EMBS 2006*, NY, USA, 30 Aug. - 3 Sep. 2006.
- [6] Md. Khademul Islam Molla, Keikichi Hirose, Nobuaki Minematsu and Md. Kamrul Hasan, "Voiced/Unvoiced Detection of Speech Signals Using Empirical Mode Decomposition Model", *IEEE International Conference on Information and Communication Technology ICICT '07*, Dhaka, Bangladesh, 7-9 Mar. 2007.
- [7] Jesmin F. Khan, Reza R. Adhami, Sharif M. A. Bhuiyan and Kenneth E. Barner, "Empirical Mode Decomposition Based Interest Point Detector", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP 2008*, Las Vegas, Nevada, USA, 30 Mar. - 4 Apr. 2008.
- [8] L. Y. Lu, "Fast Intrinsic Mode Decomposition of Time Series Data with Sawtooth Transform", *ORACLE Technical Report*, 2007.
- [9] L. Y. Lu, CGBU, Oracle Corporation, "Fast intrinsic mode decomposition and filtering of time series data", *ORACLE Technical Report*, 2008
- [10] Z.K. Penga, Peter W. Tseb, F.L. Chu, "An improved Hilbert-Huang transform and its application in vibration signal analysis", *Journal of Sound and Vibration*, 286 (2005) p.p.187-205.
- [11] Norden E. Huang, Zheng Shen, Steven R. Long, Manli C. Wu, Hsing H. Shih, Quanan Zheng, Nai-Chyuan Yen, Chi Chao Tung and Henry H. Liu, "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Nonstationary Time Series Analysis", *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 454, pp. 903-995, 1998.
- [12] Guanghong Gai, "The processing of rotor startup signals based on empirical mode decomposition", P222-235, 2006.
- [13] Gabriel Rilling, Patrick Flandrin and Paulo Gonçalves, "On Empirical Mode Decomposition and Its Algorithms", *IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03*, Grado, Italy, 8-11 Jun. 2003.
- [14] Junsheng Cheng, Dejie Yu and Yu Yang, "Research on the Intrinsic Mode Function (IMF) Criterion in EMD Method", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, pp.817-824, 2005.
- [15] Bo Xuan, Qiwei Xie and Silong Peng, "EMD Sifting Based on Bandwidth", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, no. 8, pp. 537-540, Aug. 2007.
- [16] Norden E. Huang, Manli C. Wu, Steven R. Long, Samuel S. P. Shen, Wendong Qu, Per Gloersen and Kuang L. Fan, "A Confidence Limit for the Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectrum Analysis", *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 459, pp. 2317-2345, 2003.
- [17] Shuen-De Wu, Szu-Yu Chen, Hung-Bo Chen, "Survey on the Recent Developments of Empirical Mode Decomposition", *Journal of National Taipei University of Technology*, vol. 42-1, p.p.31-50, 2009.

[18]Sanjit K. Mitra (2006), Digital Signal Processing, 3rd Ed., McGRAW.Hill International Edition, 2006.

[19]M. G. Frei and I. Osorio, "Intrinsic Time-scale Decomposition: Time-Frequency-Energy Analysis and Real-time Filtering of Non-stationary Signals", *Proceedings of The Royal Society of London Series A*, vol. 463, pp. 321-342, 2007.

7. 圖與表

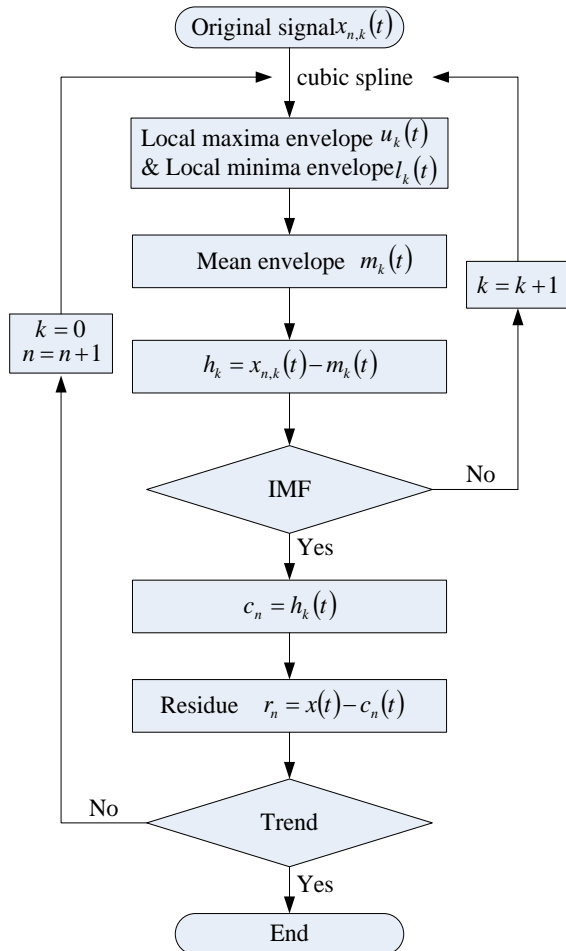


圖1 經驗模態分解法流程圖

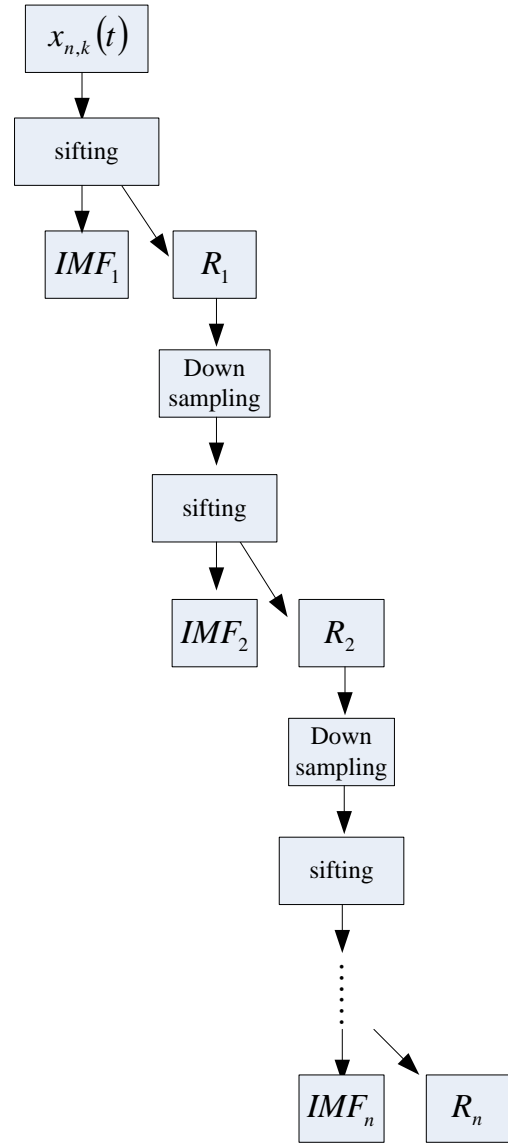


圖2 EMD結合減少取樣法之示意圖

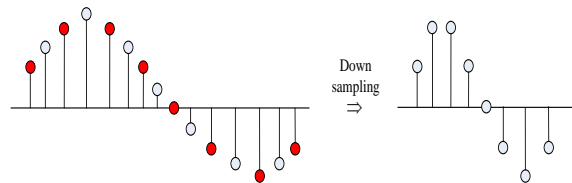


圖3 減少取樣圖

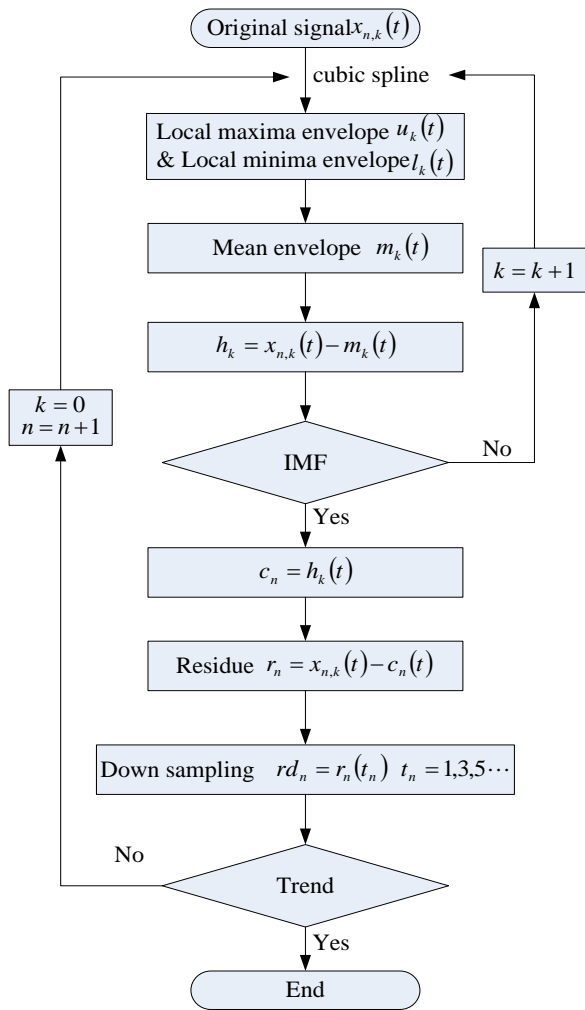


圖4 快速經驗模態分解法流程圖

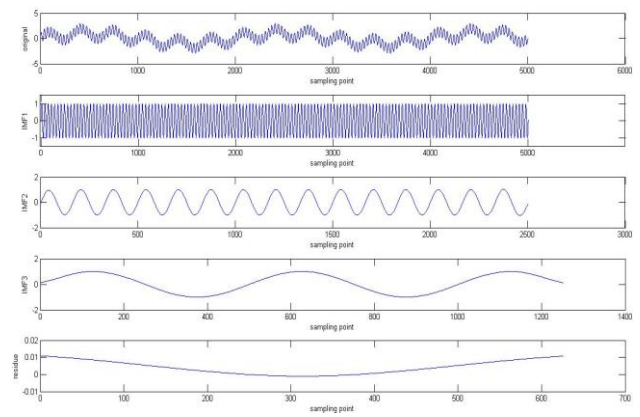


圖6 快速EMD拆解訊號1之IMF與殘餘量

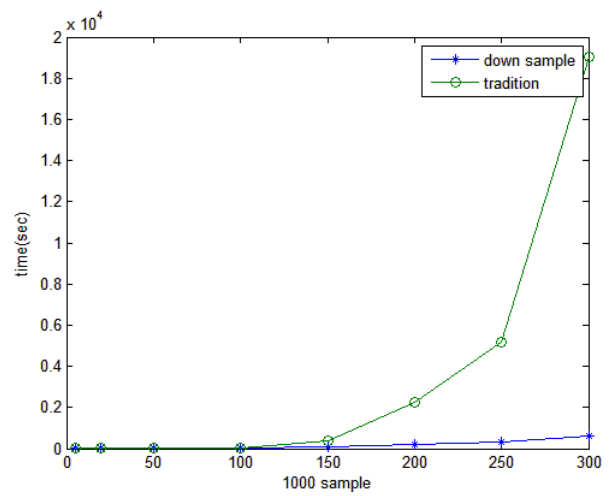


圖7 傳統EMD與本研究拆解訊號1的時間趨勢圖

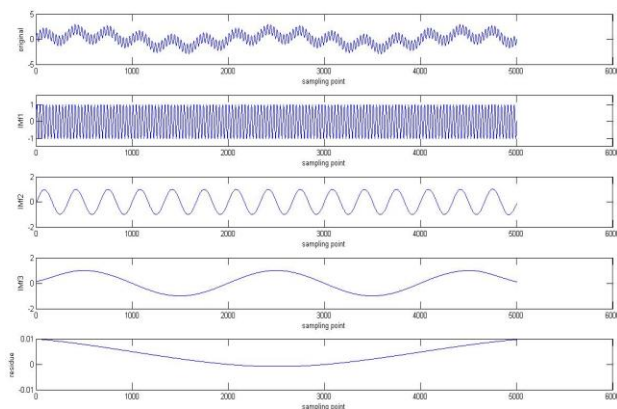


圖5 傳統EMD拆解訊號1之IMF與殘餘量

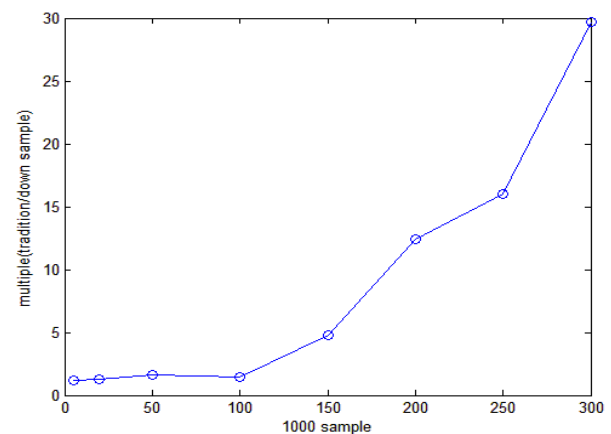


圖8 傳統EMD與本研究之間的時間倍數圖

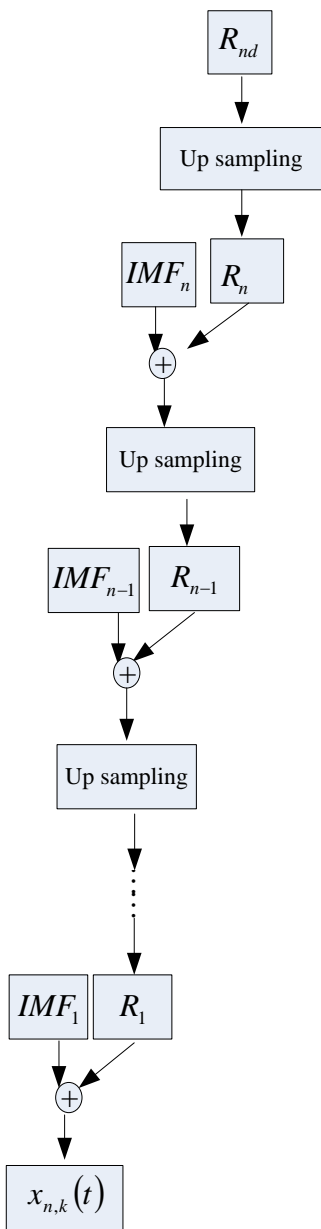


圖9 資料重建示意圖

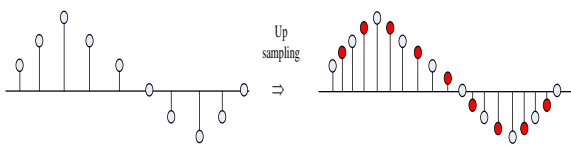


圖11 重建訊號流程圖

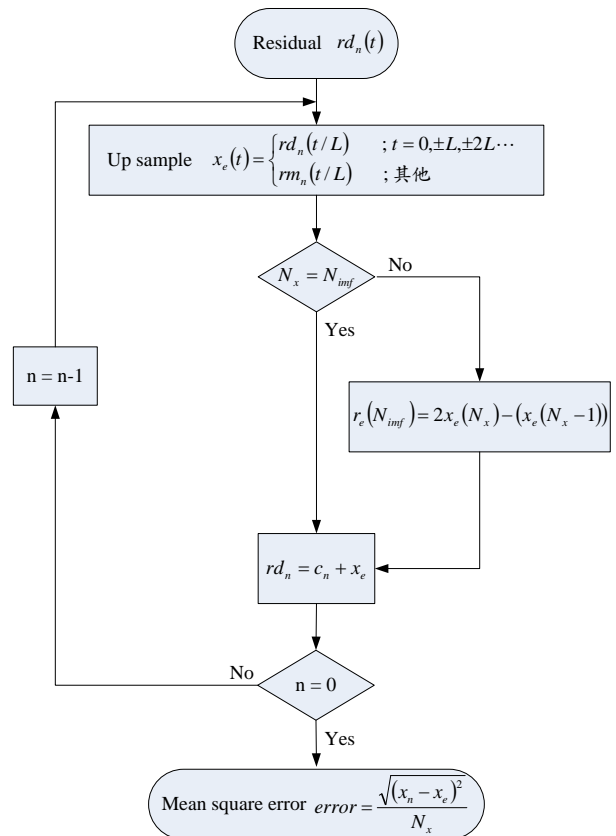


圖10 增加取樣圖

表1 停止準則列表

方法	特點	IMF 正交性	計算效率
標準差法[12]	標準EMD	佳	佳
三參數法則[13]	滿足瞬時特性	普通	佳
能量差異追蹤法[14]	IMF正交性	優	普通
頻率-頻寬[15]	單一分量IMF	優	普通
S數準則[16]	自定篩選次數	普通	優

表2 快速EMD與傳統EMD拆解時間比較表

訊號	取樣點	本研究拆解時間(秒)	傳統EMD拆解時間(秒)
1	5000	0.19	0.22
	20000	1.41	1.82
	50000	4.24	6.93
2	5000	0.08	0.09
	20000	2.10	5.28
	50000	5.91	11.89
3	5000	0.67	1.13
	20000	3.30	7.22
	50000	13.27	19.66
4	5000	0.80	1.27
	20000	3.48	7.81
	50000	13.93	20.86

表3 快速EMD與傳統EMD拆解訊號1之時間比較表

訊號	取樣點	本研究拆解時間(秒)	傳統EMD拆解時間(秒)
1	10萬	29	41
	15萬	85	404
	20萬	184	2280
	25萬	324	5184
	30萬	642	19061

表4 4組重建訊號與原始訊號之間的均方誤差

訊號	取樣點	均方誤差
1	5000	5.9907×10^{-5}
	20000	5.9810×10^{-5}
	50000	5.9797×10^{-5}
2	5000	6.6616×10^{-8}
	20000	9.8690×10^{-6}
	50000	3.0701×10^{-6}
3	5000	3.7268×10^{-4}
	20000	1.0772×10^{-4}
	50000	4.3552×10^{-5}
4	5000	2.7581×10^{-4}
	20000	8.0139×10^{-5}
	50000	3.4133×10^{-5}