

建構分流學習所需的概念圖之研究

陳榮昌

朝陽科技大學資訊管理系
rcchen@cyut.edu.tw

劉淑珍

朝陽科技大學資訊管理系
s9714610@cyut.edu.tw

摘要

分流學習是為了改善虛擬教室中學習者認知程度與學習能力差異過大的問題而提出的學習模型。以概念構圖為基礎的分流方式比傳統的能力分班方法更能夠有效地將能力相近的學習者聚集在一起，然而，如何快速且正確地建立分流學習所需的概念圖就很重要。本研究詳細分析目前各學者所提出的各種建立概念圖的方法，並提出適合分流學習所需的建構概念圖的模式。我們同時以先修測驗及問卷來獲取學習者對各概念的熟習程度，並以條件機率的方式來找出各概念之間的相依程度，以此為依據來修正學習者各概念的熟習程度，如此可以得到較接近學習者真實程度的概念圖。

關鍵詞：分流學習、概念圖、先修測驗、條件機率

1. 前言

由於透過虛擬教室可以隨時隨地的進行學習，不受時空限制，其學習者的人數相較於一般傳統教室更多且複雜，學習者之間的認知程度及學習能力也比一般傳統教室差異更大[5]，因此，我們在[8]提出依據學習者的概念圖 (concept map) 來進行分流學習 (influent learning)，使能力相當的人能聚集在一起學習，以改善認知程度差異過大的問題。基於概念圖來進行分流，比起傳統的綜合指標的分班方式，更能正確地將能力相當的人聚集在一起，他是利用概念構圖 (concept mapping) 來診斷學習者的認知程度，透過課程的先修測驗 (pre-examination) 來建立學習者相對所學課程

先修概念 (pre-concept) 的概念圖，即先修概念的熟習程度，因而可以利用多維度的概念熟習訊息來分群。因此，如何正確且快速的取得概念圖對分流學習是非常重要的，所以，本研究將對概念圖的取得做更進一步的研究，以期得到更符合分流學習所需的概念圖。

過去，許多學者[6][17]透過概念構圖來診斷學習者學習成效，他們透過專家主觀建構概念圖[6]或透過學習歷程來建構客觀的概念圖[4][11]。透過專家建構概念圖容易受專家主觀的意識的影響，而且建構時間也較長。以客觀方式建構概念圖通常是經由測驗來建構概念圖，但過去的研究通常僅考慮學習者經由測驗中的答題情況來決定，如果學習者在答題時不夠用心甚至隨意亂填，就會產生極大的誤差，所以，我們特別將概念之間的關係也考慮進來，如此，對未答題或偏差過大的答題有修正的作用。

另外，概念圖中每一個概念與其他概念之間不僅存在“是否”關係，也存在著某種程度上的關係[16]，因此，本研究也以關係程度大小的方式來表達概念之間的關係，而非只有 0 或 1 的關係。本研究透過客觀的方式，將整體學習者的測驗結果，利用條件機率的方式求出各試題之間的相依程度，並以此找出各概念之間的相依程度，如此就能夠及時的取得各概念之間的關係，然後利用這些關係來修正各學習者對先修概念的熟習程度。

2. 概念構圖相關研究之探討

概念構圖 (concept mapping) 是由美國康乃爾大學的學者 Novak 等所發展出來的一個有

效的學習工具[10][12][13][14]，經由將概念圖形化，可以揭露學習者如何組織概念並藉由概念圖產生聯想的方法來幫助學習與記憶，也可以用來評量學習者對於概念的了解程度[6][13]。概念圖是由命題(proposition)組成，每一個命題包含兩個概念節點(concept nodes)及概念之間的連結語(relation links)，各概念之間以階層的方式呈現，較概括性的概念排於上面幾層，較具體的概念排在下面幾層。

概念圖可以由教師主觀的決定，也可以以學習者的答題結果來客觀的建構[7][11]，我們可以累積學習者的測驗結果來得知學習者對某概念的錯誤率，若學習者對此概念有學習成長的傾向，則此一概念錯誤率(concept error rate)會隨著時間的增加而降低，故概念錯誤率可用來代表學生對單一概念的學習狀況[3]。自Novak提出概念圖開始，即提出透過將專家概念圖與學習者概念圖進行比對，來評量學習者對概念的了解程度[6][13]。往後也有許多學者透過不同專家對同一學科建構出不同的概念圖[15]或透過模糊理論來整合多位專家的意見建構概念圖[1][2]，進而評量學習者對概念的了解程度。但是，經由教師(專家)或學習者透過手動來建構概念圖來相互比對的方式，學習者必須具備建構概念圖的能力外，老師也必須花費大量的時間建構概念圖與評量學習者的概念圖[6]，於是，學者便開發出許多構圖工具，以半自動化的方式建構概念圖[9][18][19]。

以客觀的方式建構概念圖，通常透過測驗的方式取得學習者對概念的了解程度，經由累積的測驗資訊進行分析，以建構客觀的概念圖[7][11]。大部分是利用概念圖來幫助學習診斷，因而概念之間的難易、包容與順序關係就很重要[3][4]。其中，廖俊宏[3]利用概念錯誤率與條件機率來建構概念圖，不但保留學習者對每一個概念的錯誤率，更利用條件機率的方法找出概念與概念之間的關係。在該論文中，

概念 C_i 的概念錯誤率是指包含概念 C_i 的所有題目中被答錯的比率，也就是包含概念 C_i 的錯誤題數除以包含概念 C_i 的總題數，計算公式如下：

$$P(C_i) = \frac{\sum_t \sum_{k=1}^{S_t} (EC_i)_{t,k}}{\sum_t (NC_i)_t \times S_t} \quad (1)$$

其中 $(EC_i)_{t,k}$ 代表在第 t 次考試中，第 k 個學生的測驗題目中包含概念 C_i 錯誤的題數； $(NC_i)_{t,k}$ 代表在第 t 次考試中，第 k 個學生的測驗題目中包含概念 C_i 錯誤的總題數； S_t 代表學習者人數。所以當 $P(C_i)$ 越小代表概念 C_i 越被大家所認知。但是，這樣的計算公式還是有缺點，因為每一個題目可能包含不同比重的數個概念，所以，如果只是用“是或否”包含某一概念來描述的話，仍然無法真確的表達。

概念圖的另一個重要組成是概念與概念之間的影响關係，在廖俊宏[3]的論文中，這種影响關係是用條件機率的方式來表達，文中把 C_j 概念對 C_i 概念的影响程度定義為包含概念 C_j 的錯誤題數除以包含概念 C_j 的錯誤題中有包含概念 C_i 的題數，也就是

$$P(C_i | C_j) = \frac{\sum_t \sum_{k=1}^{S_t} (EC_{ij})_{t,k}}{\sum_t \sum_{k=1}^{S_t} (EC_j)_{t,k}} \quad (2)$$

其中 $(EC_j)_{t,k}$ 代表在第 t 次考試中，第 k 個學生測驗題目中包含概念 C_j 的錯誤題數； $(EC_{ij})_{t,k}$ 代表在第 t 次考試中，第 k 個學生測驗題目中包含概念 C_j 的錯誤題中有包含概念 C_i 的題數； S_t 為學生人數。

從式子(2)中可知， $P(C_i|C_j)$ 代表 C_j 概念錯誤的情況下， C_i 概念也錯誤的條件機率。因此，我們可以利用這些概念間互相影响的条件機率來幫助我們修正學生在作答時所發生的一些不合理的現象，例如，如果 C_j 概念對 C_i 概念的影响程度很高，可是卻有一個學生對 C_j 概念有很高的認知，反而對 C_i 概念有很低

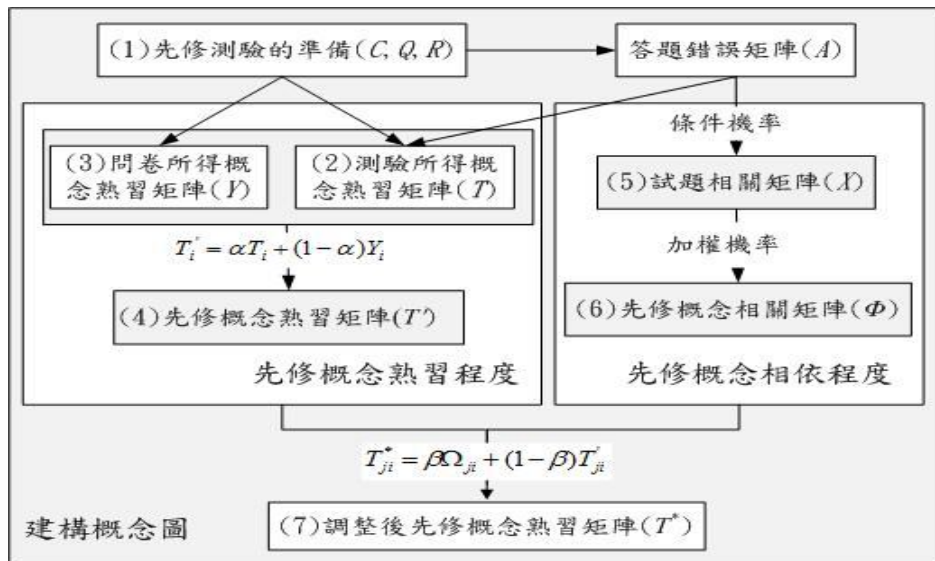


圖1 建構概念圖的模式

的認知，就代表這個學生的答題狀況有問題。

3. 研究方法

虛擬教室的學習環境中，學習者的人數變動快速，所以，必須有一套快速且正確的方法來診斷學習者的程度，以便作為分流學習的依據。所以，本研究提出了一個快速建構概念圖的模式(如圖 1)來輔助分流學習。我們以測驗和問卷同時進行的方式來得到學習者對先修概念的熟習程度(T')，並且藉由對同儕間共同測驗結果的分析，得到先修概念間的相依程度(Φ)，然後再由先修概念間的相依程度來調整學習者對先修概念的熟習程度(T^*)，以達到修正的目的。

以下我們將詳細介紹本研究所提出建構概念圖的模式，步驟如下：

步驟1、先修測驗的準備(C, Q, R)

教師在先修測驗前，除了要準備先修概念試題組(Q)外，還必須整理出課程必須具備的先修概念(C)和試題與概念相關矩陣(R)。先修概念試題組(Q)必須包含每一個先修概念，試題與概念的關係是一種程度大小的關係，例如 R_{ij} 代表第 i 個試題與第 j 個先修概念之間的相

依程度，則 $R_{ij} \in [0,1]$ ，其值越大代表相依程度越大(參考表 1 及表 2)。

步驟2、測驗所得概念熟習程度矩陣(T)

透過測驗的方式，我們可以客觀地由學習者的答題而得到記錄著所有學習者答題狀況的答題錯誤矩陣(answering question error matrix)(A)，然後再經過簡單的矩陣運算就可以得到概念錯誤矩陣(concept error matrix)

$$\Psi = A \times \text{Norm}(R), \quad (3)$$

其中， $\text{Norm}(R)$ 是將試題與概念相關矩陣(R)的每一行正規化。概念錯誤矩陣(Ψ)記錄著每一個學生對每一個概念的概念錯誤率(concept error rate)。因此，我們就可以得到學習者的概念熟習程度矩陣(T)，其中

$$T_{ij} = 1 - \Psi_{ij}, \quad (4)$$

代表第 i 個學習者對第 j 個先修概念的概念熟習程度[8]。

步驟3、問卷所得概念熟習程度矩陣(Y)

除了經由測驗的方式來快速取得某一學習者概念熟習程度(T_i)，本研究也透過問卷的方式來取得某一學習者主觀認定的概念熟習程度(Y_i)，如此可以相互參考以降低學習者任意作答而造成的誤差。我們將概念的熟習程度分成五個等級，即很不熟(1)、不熟(2)、中等

(3)、熟(4)和很熟(5)等五個等級，因此，經過正規化後第 i 學習者對第 j 個先修概念的概念熟習程度為 $Y_{ij} \in \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ 。

步驟4、先修概念熟習程度矩陣(T')

若要降低時間成本，先修概念的概念熟習程度可以單獨取自步驟 2 的測驗所得概念熟習程度矩陣(T)，也可以單獨取自步驟 3 的問卷所得概念熟習程度矩陣(Y)。然而，要達到精確則必須同時考慮兩者，如此可以彌補資料殘缺(missing data)或由學習者任意作答所造成誤差。本研究以這兩者的線性組合來計算先修概念的概念熟習程度，

$$T'_i = \alpha T_i + (1 - \alpha) Y_i \quad (5)$$

，其中， $\alpha \in [0, 1]$ ， T_i 為第 i 個學習者測驗所得的概念熟習程度， Y_i 為第 i 個學習者問卷所得的概念熟習程度。我們可以發現，這樣的組合可以讓結果更有彈性。

步驟5、試題相關程度矩陣(X)

我們將學習者答題的情況記錄於測驗答題錯誤矩陣($A=[A_{ij}]_{ns}$)中，其中 $A_{ij} \in \{0,1\}$ ， $A_{ij}=1$ 代表第 i 個學生答錯了第 j 個試題， n 代表學習者的總數， s 代表試題的個數。我們定義第 i 個試題影響第 j 個試題的程度($X_{ij} \in [0,1]$) 為第 i 試題與第 j 試題同時被答錯的個數除以第 i 試題被答錯的個數，即

$$X_{ij} = \frac{\text{第}j\text{試題與第}i\text{試題同時被答錯數}}{\text{第}i\text{試題被答錯數}} = \frac{\sum_{k=1}^n A_{ki} A_{kj}}{\sum_{k=1}^n A_{ki}} \quad (6)$$

因此， X_{ij} 即為第 j 試題被答錯相對於第 i 試題被答錯的條件機率，透過這些條件機率的計算，我們就可以得到試題相關程度矩陣(X)。

步驟6、先修概念相關程度矩陣(Φ)

先修概念彼此之間的相關程度可以由試題相關程度矩陣(X)和試題與概念相關矩陣(R)

分析得到。因為每個題目可能包含多個概念，而且同一個試題中的各概念的比重也不盡相同，所以，要得到概念之間的關係就較不容易。我們可以把試題與試題之間的影響關係看成一組概念影響另一組概念的關係，以表 7 中的 X_{14} 為例， $X_{14}=0.67$ 代表試題 Q_1 影響試題 Q_4 的程度為 0.67，若試題 Q_1 只由概念 C_1 組成，試題 Q_4 由概念 C_2 (比重為 0.2)與概念 C_4 (比重為 0.8)組成，則我們可以看出概念 C_1 影響 $(0.2C_2+0.8C_4)$ 的程度為 0.67，記為 $p(C_1 \rightarrow (0.2C_2+0.8C_4)) = 0.67$ ，因為 X_{14} 的值也是來自統計的結果，所以這種影響關係的程度也是一種機率。為了清楚的表達和方便計算，我們做了下面一般化的定義：

定義3.1： 假設試題 Q_i 是由概念向量 $C=(C_1, C_2, \dots, C_m)$ 依比重向量 $R_i=(R_{i1}, R_{i2}, \dots, R_{im})$ 組合而成； Q_j 是由概念向量 $C=(C_1, C_2, \dots, C_m)$ 依比重向量 $R_j=(R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jm})$ 組合而成，則 Q_i 對 Q_j 的影響程度可以表示為

$$\begin{aligned} p(Q_i \rightarrow Q_j) &= p(R_i C^T \rightarrow R_j C^T) \\ &= p\left(\sum_{k=1}^m R_{ik} C_k \rightarrow \sum_{k=1}^m R_{jk} C_k\right), \end{aligned} \quad (7)$$

其中， C^T 為 C 的轉置向量(Transpose)。

事實上，比重向量 R_i 即是試題與概念相關矩陣的第 i 列， Q_i 對 Q_j 的影響程度 $p(Q_i \rightarrow Q_j)$ 也就是試題相關程度矩陣中的 X_{ij} 。因此，以表 7 中的 X_{14} 為例， $p(Q_1 \rightarrow Q_4) = p(R_1 C^T \rightarrow R_4 C^T) = p(C_1 \rightarrow (0.2C_2+0.8C_4)) = 0.67$ 。

為了計算概念與概念之間的影響關係，我們必須先介紹加權機率的計算方式，以 $p(Q_1 \rightarrow Q_4) = p(C_1 \rightarrow (0.2C_2+0.8C_4)) = 0.67$ 為例，我們可以看出 C_1 影響 $(0.2C_2+0.8C_4)$ 的程度為 0.67，所以，我們就可以定義，對 Q_1 影響 Q_4 而言， C_1 影響 C_2 影響的加權機率為 $1 \times 0.2 \times 0.67$ ，記為 $WP_{14}(C_1 \rightarrow C_2) = 1 \times 0.2 \times 0.67$ 。以一般

化的方式定義如下：

定義3.2： 假設

$$p(Q_i \rightarrow Q_j) = p\left(\sum_{k=1}^m R_{ik} C_k \rightarrow \sum_{k=1}^m R_{jk} C_k\right) \text{ 為 } Q_i \text{ 影響 } Q_j \text{ 的程度，則對 } Q_i \text{ 影響 } Q_j \text{ 而言，概念 } C_k \text{ 影響概念 } C_l \text{ 的加權機率為}$$

$$\begin{aligned} WP_{ij}(C_k \rightarrow C_l) &= R_{ik} \times R_{jl} \times p(Q_i \rightarrow Q_j) \\ &= R_{ik} \times R_{jl} \times X_{ij} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 X_{ij} 為試題相關程度矩陣中第 i 個試題影響第 j 個試題的程度。

所以，單就 Q_1 影響 Q_4 而言，概念 C_1 影響概念 C_2 的加權機率為 $WP_{14}(C_1 \rightarrow C_2) = 1 \times 0.2 \times 0.67$ 。但，在所有試題中，可以找到 C_1 影響 C_2 的地方，包含 $Q_1 \rightarrow Q_4$ 、 $Q_1 \rightarrow Q_6$ 、 $Q_1 \rightarrow Q_9$ 、 $Q_2 \rightarrow Q_4$ 、 $Q_2 \rightarrow Q_6$ 、 $Q_2 \rightarrow Q_9$ 、 $Q_8 \rightarrow Q_4$ 、 $Q_8 \rightarrow Q_6$ 、 $Q_8 \rightarrow Q_9$ ，我們都可以得到其相對應的加權機率，即 $WP_{14}(C_1 \rightarrow C_2) = R_{11} \times R_{42} \times X_{14} = 1 \times 0.2 \times 0.67$ 、 $WP_{16}(C_1 \rightarrow C_2) = R_{11} \times R_{62} \times X_{16} = 1 \times 0.7 \times 0$ 、 $WP_{19}(C_1 \rightarrow C_2) = R_{11} \times R_{92} \times X_{19} = 1 \times 1 \times 0$ 、 $WP_{24}(C_1 \rightarrow C_2) = 0.5 \times 0.2 \times 0.17$ 、 $WP_{26}(C_1 \rightarrow C_2) = 0.5 \times 0.7 \times 0.83$ 、 $WP_{29}(C_1 \rightarrow C_2) = 0.5 \times 1 \times 0.17$ 、 $WP_{84}(C_1 \rightarrow C_2) = 0.1 \times 0.2 \times 0.2$ 、 $WP_{86}(C_1 \rightarrow C_2) = 0.1 \times 0.7 \times 0.6$ 、 $WP_{89}(C_1 \rightarrow C_2) = 0.1 \times 1 \times 0.4$ 。因此，概念 C_1 影響概念 C_2 的程度應該是這些值的加權平均，即

$$\Phi_{12} = \frac{\sum_i \sum_j R_{i1} R_{j2} X_{ij}}{\sum_i \sum_j R_{i1} R_{j2}}, i=1,2,8, j=4,6,9。$$

事實上，概念 C_k 影響概念 C_l 的程度可以用下面一般化的定義。

定義3.3： 假設 $X=[X_{ij}]_{s \times s}$ 為試題相關程度矩陣， $R=[R_{ij}]_{s \times m}$ 為試題與概念相關矩陣，則概念 C_k 影響概念 C_l 的程度為

$$\Phi_{kl} = \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s R_{ik} R_{jl} X_{ij}}{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s R_{ik} R_{jl}} \quad (9)$$

其中 Φ_{kl} 為第 k 個概念影響第 l 個概念之程度， X_{ij} 為第 i 個試題影響第 j 個試題之程度， R_{ij} 為第 i 個試題中涵蓋第 j 個概念的比重， s 為試題的個數， m 為所有概念的個數。

所以，依據式子(9)的定義，我們就可以由 X 及 R 得到先修概念相關程度矩陣 $\Phi=[\Phi_{kl}]_{m \times m}$ 。

步驟7、調整後先修概念熟習程度矩陣(T^*)

由於步驟6的先修概念相關程度矩陣(Φ)的取得是來自試題間互相影響的結果， Φ_{kl} 為第 k 個概念影響第 l 個概念之程度，所以，當 Φ_{kl} 的值很高時，代表第 l 個概念的熟習程度有很高的機率是和第 k 個概念的熟習程度有關。因此，我們可以用概念 C_i 的相似概念來推估概念 C_i 的熟習程度，即用

$$\Omega_{ji} = \frac{\sum_{k=1}^m \Phi_{ki} T'_{jk}}{\sum_{k=1}^m \Phi_{ki}} \quad (10)$$

來推估概念 C_i 的熟習程度，其中 T'_{ji} 為原來第 j 個學生的第 i 概念的熟習程度， m 為所有概念的個數。正常的話， Ω_{ji} 的值和 T'_{ji} 應該很接近，但如果學習者在填答時有猜測或隨意作答的情況，就有可能有較大的差異。我們為了修正學習者填答時不一致的現象所導致的誤差，將概念熟習程度依以下的方式調整，

$$T_{ji}^* = \beta \Omega_{ji} + (1 - \beta) T'_{ji}, \quad (11)$$

其中 $\beta \in [0, 1]$ ， T_{ji}^* 為調整後第 j 個學生的第 i 個先修概念熟習程度， T'_{ji} 為第 j 個學生的第 i 個先修概念熟習程度， Ω_{ji} 為由第 j 個學生的第 i 個先修概念的相似概念推估而得的概念熟

習程度值。同時，我們知道當 T'_{ji} 與 Ω_{ji} 的差異越大時，代表 T'_{ji} 的可信度越低，而且 T'_{ji} 與 Ω_{ji} 的值都是介於0到1之間，所以我們可以讓 $\beta=|T'_{ji}-\Omega_{ji}|$ 來機動調整 β 的大小，以達到修正的目的。當然，為了簡單起見，我們也可以將 β 值固定為一個0到1之間的常數。

4. 實例說明

以下我們將實例說明建構分流學習所需的觀念圖的步驟。

步驟1、先修測驗的準備(C, Q, R)

教師在先修測驗前，除了要準備先修概念試題組(Q)外，還必須列出該課程的先修概念C(如表1)、試題與概念相關矩陣R(如表2)。

表1 課程的先修概念(C)

代碼	中文概念名稱
C_1	網路協定的種類
C_2	網路安全概念
C_3	網域名稱
C_4	網路連線
C_5	電子郵件

表2 試題與概念相關矩陣(R)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Q_1	1				
Q_2	0.5			0.5	
Q_3			1		
Q_4		0.2		0.8	
Q_5					1
Q_6		0.7			0.3
Q_7			1		
Q_8	0.1		0.9		
Q_9		1			
Q_{10}				1	

步驟2、測驗所得概念熟習程度矩陣(T)

透過測驗方式可以客觀的得到所有學習者答題狀況(如表3)，當 $A_{ij}=1$ 時表示第*i*個學習者答錯第*j*題試題，否則 $A_{ij}=0$ ；然後經由每一行的正規化，透過式子(3)和式子(4)得到概

念熟習程度(T)(如表4)，其中 $T_{ij} \in [0, 1]$ ，其值越大表示學習者概念熟習程度越高。

表3 答題錯誤矩陣(A)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	Q_9	Q_{10}
S_1	1			1			1			1
S_2		1		1	1	1		1	1	1
S_3		1				1		1		
S_4	1			1						1
S_5		1				1				
S_6		1				1		1		
S_7								1	1	1
S_8										
S_9	1		1					1		
S_{10}		1				1				1

表4 測驗所得概念熟習程度矩陣(T)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
S_1	0.37	0.89	0.66	0.22	1
S_2	0.62	0	0.69	0	0
S_3	0.62	0.63	0.69	0.78	0.77
S_4	0.37	0.89	1	0.22	1
S_5	0.69	0.63	1	0.78	0.77
S_6	0.62	0.63	0.69	0.78	0.77
S_7	0.94	0.47	0.69	0.57	1
S_8	1	1	1	1	1
S_9	0.31	1	0.34	1	1
S_{10}	0.69	0.63	1	0.35	0.77

步驟3、問卷所得概念熟習程度矩陣(Y)

透過問卷方式得到的概念熟習程度(Y)，如表5，其中 Y_{ij} 越大表示學習者主觀認定對於先修概念熟習程度越高。

表5 問卷所得概念熟習程度矩陣(Y)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
S_1	0.8	0.4	0.6	1	0.2
S_2	0.2	0.2	0.4	0.4	0.8
S_3	0.6	0.2	0.8	0.2	0.8
S_4	0.6	0.4	0.8	1	0.8
S_5	0.4	0.4	0.6	0.2	1
S_6	0.8	0.4	0.6	0.4	1
S_7	0.6	0.4	0.6	1	1
S_8	1	1	0.8	0.6	1
S_9	0.8	1	1	1	1
S_{10}	0.8	0.2	0.6	0.2	1

步驟4、先修概念熟習程度矩陣(T')

為了精確取得學習者概念熟習程度，同時透過 T 以及 Y 來計算，並經由式子(5)來得到 T'_i 。我們以 T'_1 為例，其中以 $\alpha=0.8$ 作為說明。
 $T_1=(0.37, 0.89, 0.66, 0.22, 1)$ 、 $Y_1=(0.8, 0.4, 0.6, 1, 0.2)$ (參考表 4 以及表 5)及透過公式(5)，即
 $T'_1 = \alpha T_1 + (1-\alpha)Y_1 = 0.8T_1 + 0.2Y_1$
 $= 0.8(0.37, 0.89, 0.66, 0.22, 1) + 0.2(0.8, 0.4, 0.6, 1, 0.2)$
 $= (0.296, 0.712, 0.528, 0.176, 0.8) + (0.16, 0.08, 0.12, 0.2, 0.04)$
 $= (0.456, 0.792, 0.648, 0.376, 0.84)$

因此，我們依相同的計算方法，將先修概念熟習程度列於表 6。

表6 先修概念熟習程度矩陣(T')

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
S_1	0.456	0.792	0.648	0.376	0.84
S_2	0.536	0.04	0.632	0.08	0.16
S_3	0.616	0.544	0.712	0.664	0.776
S_4	0.416	0.792	0.96	0.376	0.96
S_5	0.632	0.584	0.92	0.664	0.816
S_6	0.656	0.584	0.672	0.704	0.816
S_7	0.872	0.456	0.672	0.656	1
S_8	1	1	0.96	0.92	1
S_9	0.408	1	0.472	1	1
S_{10}	0.712	0.544	0.92	0.32	0.816

步驟5、試題相關程度矩陣(X)

經由表 3 得知， Q_1 共有三位學習者答錯，分別為 S_1 、 S_4 、 S_9 以及 Q_3 有 S_9 答錯，因此我們得知 S_9 同時答錯 Q_1 與 Q_3 ，透過式子(6)得到 $X_{13}=1/3$ ，因此，我們可以 Q_1 影響 Q_3 的程度有 0.33(參考表 7)。

表7 試題相關程度矩陣(X)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	Q_9	Q_{10}
Q_1	1		0.33	0.67			0.33	0.33		0.67
Q_2		1		0.17	0.17	0.83		0.5	0.17	0.33
Q_3	1		1					1		
Q_4	0.67	0.33		1	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	1
Q_5		1		1	1	1		1	1	1
Q_6		1		0.2	0.2	1		0.6	0.2	0.4
Q_7	1			1			1			1
Q_8	0.2	0.6	0.2	0.2	0.2	0.6		1	0.4	0.4
Q_9		0.5		0.5	0.5	0.5		1	1	1
Q_{10}	0.4	0.4		0.6	0.2	0.4	0.2	0.4	0.4	1

步驟6、先修概念相關程度矩陣(Φ)

依據式子(9)的定義，我們就可以由試題相關程度矩陣 X 及試題與概念相關矩陣 R 得到先修概念相關程度矩陣 Φ 。例如在上一節中解說的 Φ_{12} 可以直接由公式(9) 計算得到，即

$$\Phi_{12} = \frac{\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 R_{i1} R_{j2} X_{ij}}{\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 R_{i1} R_{j2}} = 0.2,$$

我們把所有先修概念彼此互相影響的關係都算出來並列於表 8。

表8 先修概念相關程度矩陣(Φ)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
C_1	1	0.2	0.28	0.48	0.12
C_2	0.3	1	0.25	0.64	0.41
C_3	0.57	0.18	1	0.88	0.09
C_4	0.44	0.46	0.91	1	0.29
C_5	0.37	0.44	0.29	0.88	1

步驟7、調整後先修概念熟習程度矩陣(T^*)

表 8 代表著先修概念彼此互相影響的關係，依據式子(10)，我們可以客觀的藉由將某一先修概念的相似概念的熟習程度，依其相似程度加權平均來逼進該先修概念的熟習程度。以第 1 個學生的第 1 個先修概念熟習程度為例，第 1 個學生原來的先修概念熟習程度各為 $T'_{11}=0.456$ 、 $T'_{12}=0.792$ 、 $T'_{13}=0.648$ 、 $T'_{14}=0.376$ 、 $T'_{15}=0.84$ ，我們可以依據式子(10)來估計第 1 個學生的第 1 個先修概念熟習程度，即

$$\Omega_{11} = \frac{\sum_{k=1}^5 \Phi_{k1} T'_{1k}}{\sum_{k=1}^5 \Phi_{k1}}$$

$$= \frac{1*0.456 + 0.3*0.792 + 0.57*0.648 + 0.44*0.376 + 0.37*0.84}{1 + 0.3 + 0.57 + 0.44 + 0.37}$$

$$= 0.574$$

因此，就這個說明例而言，第 1 個學生的第 1 個先修概念熟習程度就可以由原來的 $T'_{11}=0.456$ 調整為

$T^*_{11} = 0.4 * \Omega_{11} + 0.6 * T'_{11} = 0.5$ ，其中我們假設式子(11)中的 β 值為 0.4。依同樣的計算方法，我們將調整後的先修概念熟習程度列於表 9。

相信表9的數據將會比表6更接近真實的學生程度，我們將在未來的研究中，以實證的方式來評估我們所提出的調整機制。

表9 調整後先修概念熟習程度矩陣(T^*)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
S_1	0.5	0.75	0.62	0.47	0.79
S_2	0.47	0.09	0.51	0.16	0.16
S_3	0.63	0.58	0.7	0.67	0.74
S_4	0.51	0.76	0.85	0.51	0.9
S_5	0.67	0.62	0.86	0.69	0.78
S_6	0.67	0.62	0.68	0.7	0.78
S_7	0.83	0.54	0.68	0.69	0.92
S_8	0.99	0.99	0.96	0.94	0.99
S_9	0.51	0.96	0.58	0.92	0.98
S_{10}	0.7	0.56	0.81	0.45	0.76

5. 結論與未來工作

本論文提出了一種較快速且正確的建構概念圖之方法，此建構方法除了透過問卷的方式來降低學習者任意作答之問題，還考慮概念之間的相關性對建構概念圖造成的影響，以及利用此關係來修正學習者概念熟習程度，如此更能有效地建構滿足分流學習所需之概念圖。我們更將先測試題與概念的關係由單存的包含與不包含的關係擴展到考慮不同比重的概念包含關係，使先測的方式更適合真實的需要。

在未來研究中，我們將以實證的方式，比較客觀的先測與主觀的問卷的差異，以及評估我們所提出修正學習者概念熟習程度所帶來的效益。另外，我們也希望能夠透過這些不同取得學習者概念熟習程度的比較，找到更適合評估學習者能力的參數。

參考文獻

[1] 林水成，”屬性化概念圖的模糊整合與評量”，*國立台灣師範大學資訊教育研究所碩士論文*，台北，1998。

- [2] 李孟柔，”以模糊類神經網路建構線上推論學習成效系統”，*國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文*，台北，2003。
- [3] 廖浚宏，”以條件機率為基礎之學習障礙診斷模式”，*國立暨南國際大學資管系碩士論文*，南投，2003。
- [4] 陳伸豐，”基於概念圖的學習補救路徑之探討”，*朝陽科技大學資訊管所碩士論文*，台中，2004。
- [5] 黃華山、游于仙、陳琨義、周華貞，”網路教材建構方法之探討”，*中央警察大學資訊、科技與社會學報*，第四期，第 1-13 頁，2004。
- [6] 宋德忠、陳淑芬、張國恩，”電腦化概念構圖系統在知識結構測量上的應用”，*中國測驗學會測驗年刊*，第 45 卷，第二期，第 37-56 頁，1998。
- [7] 蕭嘉琳，”互動式概念關係建立輔助系統在學習診斷之應用”，*國立暨南國際大學資訊管理研究所碩士論文*，2001。
- [8] Chen, R. C., and Liu, S. C., “Applying concept mapping on the influent learning in virtual classroom,” *International Conference on Hybrid Intelligent Systems*, Vol. 1, pp. 266-270, 2009.
- [9] Eric, B., and Baron, G. L., “Computer-based concept mapping a cognitive tool for students: A Review,” *Proceedings of Conference on Educational Uses of Information and Communication Technologies*, pp. 331-338, 2000.
- [10] Fraser, K., and Edwards, J., “The effects of training in concept mapping on student achievement in traditional tests,” *Research in Science Education*, Vol. 15, No.1, pp. 158-165, 1985.
- [11] Lee, C. H., Lee, G. G., and Leu, Y., “Application of automatically constructed concept map of learning to conceptual

- diagnosis of e-learning,” *Expert Systems with Applications*, Vol. 36, No. 2, pp. 1675-1684.
- [12] Novak, J. D. and Musonda, D., “A twelve-year longitudinal study of science concept learning,” *American Education Research Journal*, Vol. 28, No. 1, pp. 117-153, 1991.
- [13] Novak, J. D. and Gowin, D.B., *Learning how to learn*, Cambridge, London: Cambridge University Press, 1984.
- [14] Pankratus, W. J., “Building an organized knowledge base: concept mapping and achievement in secondary school physics,” *Journal of Research in Science Teaching*, Vol. 27, No. 4, pp. 315-333, 1990.
- [15] Tan, S. C., “The effects of incorporating concept mapping into computer assisted instruction,” *Journal of Educational Computing Research*, Vol. 23, No. 2, pp.113-131, 2000.
- [16] Tseng, S. S., Sue, P. C., and Su, J. M., “A new approach for constructing the concept map,” *Computers & Education*, No. 49, pp. 691-707, 2007.
- [17] Marchand C., Haenni C., Ybarra J., and Golay A., “Evaluation of nutritional education using concept mapping,” *Patient Education and Counseling*, Vol. 52, No. 2, pp. 183-192, 2004.
- [18] Hwang G. J., Hslao C. L., and Judy, C. R. Tseng, “A computer-assisted approach to diagnosing student learning problems in science courses,” *Journal of Information Science and Engineering*, Vol. 19, No. 2, pp. 229-248, 2003.
- [19] Hwang, G. J., “A concept map model for developing intelligent tutoring systems,” *Computers & Education*, Vol. 40, No. 3, pp. 217-235, 2003.