

基於改良式最小輸出變異技術於交織 OFDMA 上鏈系統之載波頻率偏移估測

賴辰彥
逢甲大學通訊工程學系/
副教授
cylai@fcu.edu.tw

謝友鈞
逢甲大學通訊工程學系/研
究生
flylife0527@hotmail.com

郭育誠
逢甲大學通訊工程學系/
研究生
M0048792@fcu.edu.tw

摘要

正交分頻多工存取(OFDMA)系統在無線多重路徑衰減通道中，依然可保持高速率的資料傳輸，無論如何，OFDMA 的優勢來自於強烈同步的需求尤其是在上鏈(uplink)通訊上。除非使用者間的載波頻率偏移(CFO)被維持在系統容忍範圍內，否則符際干擾(ISI)、載波間干擾(ICI)和多重接收干擾(MAI)將會發生，此時系統的性能會嚴重下降。本論文係在含有可加性白高斯雜訊(AWGN)通道之上鏈交織(interleaved)的 OFDMA 系統中處理盲目的頻率偏移估測問題，結合訊號子空間投影技術，提出基於訊號子空間之改良式最小輸出變異(SIMOV)演算法進行殘餘頻率偏移(CFO)估測，模擬結果證實本論文所提的技巧相對於傳統的最小輸出變異(MOV)演算法可獲得較佳的估測性能。

關鍵詞：正交頻分多工存取、載波頻率偏移、盲目、虛擬子載波、特徵分解。

1. 前言

OFDMA 是以 OFDM 為架構，將 OFDM 系統子載波分配給多用戶同時傳輸，但同時也 and OFDM 擁有相同的缺點如對於頻率不精準的問題較敏感；信號在傳送過程中發生載波頻率偏移(Carrier-frequency offset, CFO)導致其子載波間正交性喪失且產生載波間干擾(Inter-carrier Interference, ICI)，然後在 OFDMA 系統下載波頻率偏移還會進一步

造成用戶間的多重存取干擾(Multiple Access Interference, MAI)，造成其效能降低[1]，故 CFO 估測並實施補償在 OFDMA 系統是必須的。

傳統用於 OFDM 系統的 CFO 估測演算法會因為 MAI 的影響而無法適用於 OFDMA 上鏈系統上，不僅如此，由於 OFDMA 上鏈系統所接收的信號是所有上傳用戶信號與雜訊的總和，因此即使 CFO 能夠完美被估測出來，傳統在時域之 CFO 補償的方法也不適用於此處，所以如何在 OFDMA 上鏈接收端實施良好的 CFO 估測及補償一直是項重要且困難的研究課題。基於循環字首(Cyclic Prefix, CP)的使用下利用最大相似性(Maximum likelihood, ML)估測演算法[2]必須假設使用於非時變的通道環境下，而且當使用時需要大量的 CP，故將會造成傳輸訊號量降低，而由於時偏估測之設定條件為估測子載波數的偏移量並無法準確估測出載波之間殘餘的偏移量，因此相繼提出了盲目(blind)適應性的估測法以解決 CFO 估測上的問題，主要是利用虛擬子載波(Virtual Carriers)和附上資料的載波互相正交的觀念及結合陣列訊號處理之估測的技術，但這些方法於存在雜訊環境下其估測較不準確[3]。

對於 OFDM 系統的 CFO 估測文獻[4]已經提出基於最小輸出變異(Minimum Output Variance, MOV)演算法在可加性白色高斯(Additive White Gaussian Noise, AWGN)雜訊訊號下經過快速傅利葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT)後的輸出可達到最大輸出值和最小輸出變異，且此 MOV

估測演算法存在有虛擬子載波且有高準確估測，同時因為沒有加入導引信號使其增加了頻寬的使用效率，但此 MOV 演算法於結合虛擬子載波於交織 OFDMA 上鏈系統無法對抗 MAI 和 ICI 干擾問題，造成 CFO 估測有相當大的誤差，為了提昇此方法應用於交織 OFDMA 上鏈系統的估測能力，本論文利用訊號子空間所形成之投影矩陣對接收資料實施，此所形成之估測演算法稱為基於訊號子空間之改良最小變輸出變異 (Signal Subspace based Improved Minimum Output Variance, SIMOV) 演算法，最後模擬結果將驗證本論文所提 SIMOV 演算法之有效性。

2. 系統描述

假設在 OFDMA 上鏈系統的擁有 N 個子載波(其中虛擬子載波數為 L 和載有資訊的子載波數為 $N-L$)，於交織的方式下分成 Q 個子通道，每個子通道有 $P=N/Q$ 個子載波數。為了方便起見，假設有 K 個用戶且每個用戶只使用一個子通道且 $k=0,1,\dots,K-1$ 。然後在移去 CP 後，第 k 個用戶的第 n 個 OFDMA 區塊(block)之接收信號表示為[5]

$$\begin{aligned} r^{(k)}(n) &= \sum_{p=0}^{P-1} X_p^{(k)} H_s^{(k)}(p) e^{j2\pi n(pQ+q^{(k)}+\varepsilon^{(k)})/N} \\ &= e^{j2\pi n\theta^{(k)}/P} \sum_{p=0}^{P-1} X_p^{(k)} H_s^{(k)}(p) e^{j2\pi np/P} \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $X_p^{(k)}$ 代表第 k 個用戶的資料串而由於需加入虛擬子載波，故資料串為 $D=P-(L/K)$ 其餘均設為虛擬子載波使用，則使得資料串表式為 $\{X_0^{(k)}, X_1^{(k)}, \dots, X_{D-1}^{(k)}, 0, \dots, 0\}$ ， $H_l^{(k)}$ 是第 k 個用戶的通道頻率響應，且 $H_s^{(k)}(p)$ 表示從 $H_l^{(k)}$ 在 $l=pQ+q^{(k)}$ 的取樣點[5, 6]； $\theta^{(k)}$ 定義 $\theta^{(k)}=(q^{(k)}+\varepsilon^{(k)})/Q$ 。 $q^{(k)}$ 是第 k 個用戶的子通道指數， $\varepsilon^{(k)}$ 則表示為經子載波間隔正規化的第 k 個用戶的載波頻率偏移量，從文獻[5]我們知道接收信號的集合，每

$P=N/Q$ 個取樣點具有一個特殊的遞迴結構，如下式所示

$$r^{(k)}(n+mP) = e^{j2\pi m\theta^{(k)}} r^{(k)}(n) \quad (2)$$

其中 m 為一個整數。因此，在(1)式每當接收到 N 個信號取樣點，可被排列成一如下的 $Q \times P$ 矩陣：

$$\begin{aligned} \Gamma^{(k)}(n) &= \mathbf{a}^{(k)} \{ \boldsymbol{\beta}^{(k)} \bullet [\boldsymbol{\lambda}^{(k)}(n) \mathbf{W}] \} \\ &= \mathbf{a}^{(k)} \mathbf{s}^{(k)}(n) \end{aligned} \quad (3)$$

其中“ \bullet ”為矩陣相同位置的元素乘積運算， \mathbf{W} 則為一個 $P \times P$ 反快速傅立葉轉換 (IFFT) 矩陣， $\mathbf{s}^{(k)}(n) = \boldsymbol{\beta}^{(k)} \bullet [\boldsymbol{\lambda}^{(k)}(n) \mathbf{W}]$ ， $\boldsymbol{\theta}^{(k)}$ 、 $\boldsymbol{\beta}^{(k)}$ 和 $\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$ 分別為 $Q \times 1$ 、 $1 \times P$ 和 $1 \times P$ 的向量且表示如下：

$$\mathbf{a}^{(k)} = [1, e^{j2\pi\theta^{(k)}}, \dots, e^{j2\pi(Q-1)\theta^{(k)}}]^T \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\beta}^{(k)} = [1, e^{j2\pi\theta^{(k)}/P}, \dots, e^{j2\pi(P-1)\theta^{(k)}/P}] \quad (5)$$

和

$$\boldsymbol{\lambda}^{(k)}(n) = [X_0^{(k)} H_s^{(k)}(0), X_1^{(k)} H_s^{(k)}(1), \dots, X_{D-1}^{(k)} H_s^{(k)}(D-1), 0, \dots, 0] \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{\frac{j2\pi}{P}} & \dots & e^{\frac{j2\pi(P-1)}{P}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{\frac{j2\pi(P-1)}{P}} & \dots & e^{\frac{j2\pi(P-1)(P-1)}{P}} \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{W}_I | \mathbf{V}] \end{aligned} \quad (7)$$

在所有用戶傳送的信號在基地台中是疊加的，在(2)和(3)式中 N 個接收的信號可表示為 $Q \times P$ 的矩陣：

$$\Gamma(n) = \sum_{k=1}^K \Gamma^{(k)}(n) = \mathbf{A} \mathbf{S}(n) \quad (8)$$

其中 $\mathbf{S}(n) = \mathbf{B} \bullet [\boldsymbol{\Lambda}(n) \mathbf{W}]$ ， \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 和 $\boldsymbol{\Lambda}$ 分別表式為 $Q \times K$ ， $K \times P$ 和 $K \times P$ 的矩陣且表示如下：

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}^{(0)}, \mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(K-1)}] \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = [\{\boldsymbol{\beta}^{(0)}\}^T, \{\boldsymbol{\beta}^{(1)}\}^T, \dots, \{\boldsymbol{\beta}^{(K-1)}\}^T]^T \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\Lambda} = [\{\boldsymbol{\lambda}^{(0)}\}^T, \{\boldsymbol{\lambda}^{(1)}\}^T, \dots, \{\boldsymbol{\lambda}^{(K-1)}\}^T]^T \quad (11)$$

3. MOV 演算法

近年來使用最小輸出變異(MOV)技術的載波頻率偏移的估測已經於下鍊 OFDM 系統下被提出，此 MOV 盲目估測演算法可能使用所有子載波傳輸信息，從而產生高效的帶寬利用率和分辨率。多載波通訊系統由於載波頻率偏移破壞子載波之間的正交，造成的載波干擾 (ICI) 和性能降低。為了保證系統的性能，在 FFT 解調變之前此 CFO 必須估測和補償。

根據(8)式可得傳送端傳送訊號的矩陣 $\boldsymbol{\Gamma}(n)$ ， $\mathbf{N}(n)$ 為 $Q \times P$ 的白高斯雜訊矩陣，每一元素均為平均值為 0 且變異數為 σ_n^2 的高斯隨機變數。故可得接收訊號為

$$\mathbf{Z}(n) = \boldsymbol{\Gamma}(n) + \mathbf{N}(n) = \mathbf{A}\mathbf{S}(n) + \mathbf{N}(n) \quad (12)$$

其中令 $\mathbf{Z}(n) = [\mathbf{z}_1(n), \mathbf{z}_2(n), \dots, \mathbf{z}_p(n)]$ ，第 k 個使用者在經過 FFT 後的輸出資料可表示為

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(n) &= \mathbf{W}^H \mathbf{Z}(n) \\ &= \mathbf{W}^H \mathbf{A}\mathbf{S}(n) + \mathbf{W}^H \mathbf{N}(n) \end{aligned} \quad (13)$$

其中 \mathbf{W}^H 表示 DFT 解調變矩陣，被恢復的所有 K 個使用者之第 n 區塊資料矩陣表示為 $\mathbf{X}(n) = [\mathbf{X}^{(1)}(n), \mathbf{X}^{(2)}(n), \dots, \mathbf{X}^{(K)}(n)]$ 且 $\mathbf{X}^{(k)}(n)$ 為被恢復的第 k 個使用者之第 n 區塊的資料向量， $\mathbf{N}'(n) = \mathbf{W}^H \mathbf{N}(n)$ 定義為 DFT 解調變後的 AWGN；很明顯的，當 $\theta^{(k)} \neq 0$ 時，因而經過 DFT 後 CFO 會使載波正交性毀壞且增加載波間的干擾 (ICI)，且由於上鍊傳輸亦會形成 MAI。因此為了獲得正確的信號，CFO 必須被估測並且在 DFT 前需獲得補償；當 $\mathbf{a}(\hat{\theta}^{(k)})$ 為估測到的 $\mathbf{a}(\theta^{(k)})$ ，定義第 k 個用戶估測的 CFO 矩陣 $\mathbf{a}(\hat{\theta}^{(k)})$ ：

$$\mathbf{a}(\hat{\theta}^{(k)}) = [1, e^{j2\pi\hat{\theta}^{(k)}}, \dots, e^{j2\pi(Q-1)\hat{\theta}^{(k)}}]_{1 \times Q}^T \quad (14)$$

由最小輸出變異(MOV)估測法[3]對於 CFO 估測問題的處理方法，

令 $\hat{\theta}^{(k)} = (q^{(k)} + \hat{\varepsilon}^{(k)})/Q$ 為估測到的 $\theta^{(k)}$ 。在一個無雜訊干擾的環境中，基於如果 CFO 被適當的補償並經過了 DFT 後，則第 k 個使用者的接收訊號之大小 (magnitude) 的平均值將可達到最大值的事實，定義估測的 CFO 矩陣 $\boldsymbol{\Phi}(\theta) = \mathbf{d} \mathbf{i} \mathbf{a} \boldsymbol{\theta} \mathbf{g}$ ，可對第 k 個用戶的 CFO $\varepsilon^{(k)}$ 於 $(-0.5, 0.5)$ 區間進行掃瞄與搜尋，當 $\mathbf{a}(\hat{\theta}^{(k)}) = \mathbf{a}(\theta^{(k)})$ 時，將使得

$$P_{MOV}(\hat{\theta}) = \|\mathbf{W}_i^H \boldsymbol{\Phi}(\theta)^H \boldsymbol{\Gamma}(n)\| \quad (15)$$

達到其最大值。如果雜訊存在，第 k 個使用者的 $\hat{\theta}^{(k)}$ 估測準確度可由 MOV 演算法透過搜尋更多的區塊中的 $\hat{\theta}^{(k)}$ 而獲得，換句話說可表示為

$$\hat{\theta}^{(k)} = \arg \max_{\theta} \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \|\mathbf{W}_i^H \boldsymbol{\Phi}(\theta)^H \mathbf{Z}(n)\| \quad (16)$$

其中 \arg 為引數(argument)。由(16)式可得知，由於 MAI 的影響故當 $\hat{\theta}^{(k)}$ 與 $\theta^{(k)}$ 相等時 $P_{MOV}(\hat{\theta}^{(k)})$ 無法達到它的最大值和最小輸出變異[3]。透過 MOV 演算法掃瞄後，以頻譜峰值(peak)的方式，假設 $|\varepsilon^{(k)}| < 0.5$ ，當第 k 個使用者估據了第 $q^{(k)}$ 個子通道，則 $\theta^{(k)}$ 的範圍為 $(q^{(k)} - 0.5)/Q$ 到 $(q^{(k)} + 0.5)/Q$ ，由於每個用戶在於其自己的範圍內，可以找到 $P_{MOV}(\hat{\theta})$ 的最大值。於 CFO 估測每個使用者由下式計算得其初始頻率：

$$\hat{\varepsilon}^{(k)} = Q\hat{\theta}^{(k)} - q^{(k)} \quad (17)$$

4. SIMOV 演算法

基於訊號子空間之最小輸出變異 (SIMOV) 主要是利用接收資料自相關矩陣的特徵結構，來提升 MOV 估測的性能。針對 CFO 估測問題，首先計算接收信號 $\mathbf{Z}(n)$ 的自相關矩陣 \mathbf{R}_{zz} ，其中 \mathbf{z}_i 為 $\mathbf{Z}(n)$ 矩陣

中的第 i 行，而 \mathbf{R}_{zz} 為一個 $Q \times Q$ 的矩陣：

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{zz} &= E[\mathbf{Z}(n)\mathbf{Z}(n)^H] \\ &= \mathbf{A}E[\mathbf{S}(n)\mathbf{S}^H(n)]\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}\end{aligned}\quad (18)$$

其中 $E[\bullet]$ 為期望值運算，令 M 為接收信號的資料量區塊數，若以取樣平均取代整體平均則 $\hat{\mathbf{R}}_{zz} = (1/MP)\sum_{n=1}^M \mathbf{Z}(n)\mathbf{Z}(n)^H$ 。當對 \mathbf{R}_{zz} 進行特徵值分解使得

$$\mathbf{R}_{ZZ} = \mathbf{E}_S \Lambda_S \mathbf{E}_S^H + \mathbf{E}_N \Lambda_N \mathbf{E}_N^H \quad (19)$$

其中 \mathbf{E}_S 為 \mathbf{R}_{zz} 的特徵向量所形成的訊號載波子空間，而 \mathbf{E}_S 由圖 1 設定維度為 $Q \times K$ 所形成的矩陣， Λ_S 為相對於 \mathbf{E}_S 的特徵值矩陣，而 \mathbf{E}_N 為雜訊載波所形成的雜訊載波或零核子空間其相對的特徵值矩陣 Λ_N 對角線的元素為 σ^2 。因此，估測 CFO 的方法可建構為使得

$$\mathbf{E}_S \mathbf{E}_S^H \mathbf{a}^{(k)} = \mathbf{a}^{(k)} \quad (20)$$

從(20)式可以明顯發現

$$\|\mathbf{E}_S \mathbf{E}_S^H \mathbf{a}^{(k)} \mathbf{s}^{(k)}\| = \|\mathbf{a}^{(k)} \mathbf{s}^{(k)}\| \quad (21)$$

其中 $\|\bullet\|$ 為向量歐幾里得範數。根據投影矩陣定理[7]，當 CFO 矩陣 $\mathbf{a}(\hat{\theta}^{(k)})$ 不落於或偏離資訊載波子空間時，可得到

$$\|\mathbf{E}_S \mathbf{E}_S^H \mathbf{s}^{(k)}\| \ll \|\mathbf{s}^{(k)}\| \quad (22)$$

從(20)式及(21)式可推得對第 k 個用戶的 CFO 估測演算法為

$$\hat{\theta}^{(k)} = \arg \max_{\theta} \|\mathbf{E}_S \mathbf{E}_S^H \mathbf{a}(\hat{\theta}^{(k)})\| \quad (23)$$

$\theta^{(k)}$ 的範圍為 $(q^{(k)} - \varepsilon^{(k)} - Q$ 到 $(q^{(k)} + \varepsilon^{(k)})/Q$ ，假設 $|\varepsilon^{(k)}| < 0.5$ ，當第 k 個使用者佔據了第 $q^{(k)}$ 個子通道，則 $\theta^{(k)}$ 的範圍為 $(q^{(k)} - 0.5)/Q$ 到 $(q^{(k)} + 0.5)/Q$ ，由於每個用戶在於其自己的範圍內，其輸出值達到最大值，故可以找到 $\|\mathbf{E}_S \mathbf{E}_S^H \mathbf{a}(\hat{\theta}^{(k)})\|$ 的最大

值和最小變異輸出。最後於 CFO 估測中每個使用者的正規化頻率為：

$$\hat{\varepsilon}^{(k)} = Q\hat{\theta}^{(k)} - q^{(k)} \quad (24)$$

以下有二種方法來決定訊號子空間之維度
方法 1：訊號子空間 \mathbf{E}_S 維度設定為 $Q \times K$ 。
方法 2：訊號子空間 \mathbf{E}_S 維度設定為 $Q \times D$ 。

5. 模擬結果

本節將藉由改變 SNR、用戶數、頻率偏移量與 OFDMA 區塊數目來比較 ESPRIT [5]、MOV 和所提出的 SIMOV 等頻偏估測演算法於交織 OFDMA 上鏈系統的估測能力，並採用估測的正規化均方誤差 (Normalize Mean Square Error, NMSE) 比較其性能優劣，NMSE 定義為：

$$\text{NMSE} = \frac{1}{KF} \sum_{m=1}^F \sum_{k=1}^K [\hat{\varepsilon}_m^{(k)} - \varepsilon^{(k)}]^2 \quad (25)$$

其中 $\varepsilon^{(k)}$ 為預設的頻率偏移、 $\hat{\varepsilon}_m^{(k)}$ 為第 k 個用戶於第 m 個蒙地卡羅所估測到的頻率偏移， $F=1000$ 為蒙地卡羅次數。全部的子載波數設為 $N=1024$ ，而通道總數分為 $Q=32$ 個子通道且每個子通道有 $P=N/Q$ 個子載波數，同時固定訊雜比 SNR 為 10 dB。每一個用戶經由獨立的多重路徑通道傳送訊號到基地台，每一條通道路徑 $h_p(c)$ 被模型化為含有零平均且具有指數衰弱 power profile 之統計獨立的高斯隨機變數

$$E[|h^{(k)}(c)|^2] = \alpha^{(k)} e^{(-c/5)}, \quad 0 \leq c \leq C^{(k)} - 1 \quad (26)$$

其中 $\alpha^{(k)}$ 為一正規化因子被用來設定通道的功率為 1，在每次的蒙地卡羅測試中對每一個用戶 $C^{(k)}$ 為一在 [2, 6] 區間中產生的隨機整數。

圖 1 為變化使用者之改變訊號子空間維度的 NMSE，SNR=10dB，維度分別為“方法一”和“方法二”，由圖可知於低使用者數時“方法一”的 NMSE 最佳，但高於 8 後其 NMSE 均相等，故在此設定

SIMOV 演算法訊號子空間維度為“方法一”。

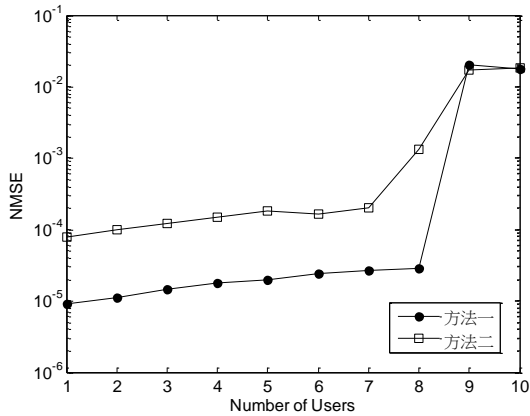


圖 1 使用者數目相對於 CFO 估測之 NMSE

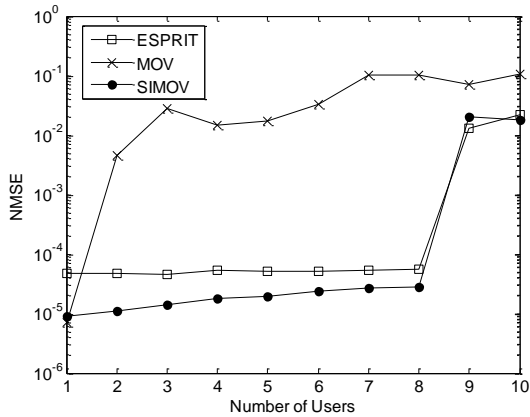


圖 2 用戶數相對於 CFO 估測之 NMSE

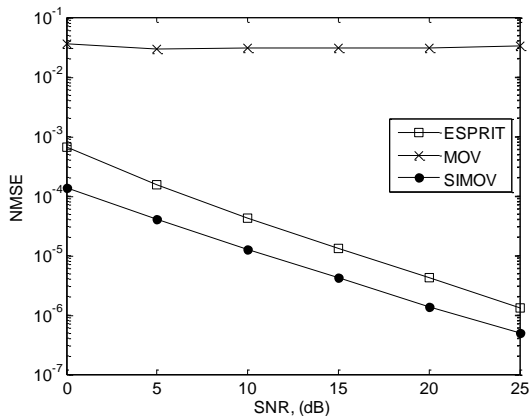


圖 3 訊雜比相對於 CFO 估測之 NMSE

圖 2 為假設使用者數為 5 且其 CFO 分別為[-0.3, -0.1, 0.1, 0.3, 0.4]，可知 MOV 演算法於使用者為 1 時 $NMSE = 7.17 \times 10^{-6}$ ，但當使用者增加為 2 後 $NMSE = 4.56 \times 10^{-3}$ ，NMSE 有明顯差異證明 MOV 無法對抗

MAI 干擾，而 SIMOV 演算法於使用者為 8 以前有最佳 NMSE。由圖可得知 $SIMOV > ESPRIT > MOV$ ，而當使用者超過 8 時，所有演算法由於 MAI 的影響均造成較大的 CFO 估測誤差。圖 3 可知 MOV 於使用者數為 5 時增加 SNR 其效能無任何改善，而觀察 ESPRIT 和 SIMOV 等演算法均隨 SNR 增加使 NMSE 下降，由圖可得知 $SIMOV > ESPRIT > MOV$ ，其中 SIMOV 演算法於 25 dB 處最佳 $NMSE = 5.01 \times 10^{-7}$ 。

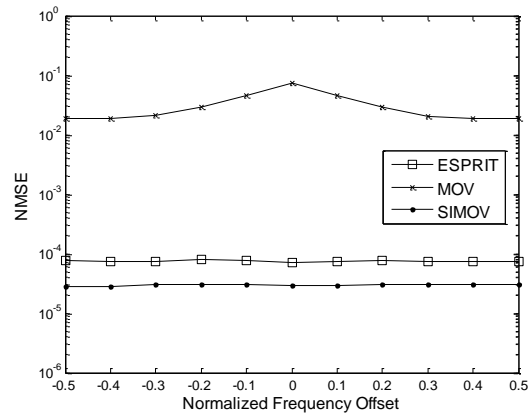


圖 4 正規化 CFO 相對於 CFO 估測之 NMSE

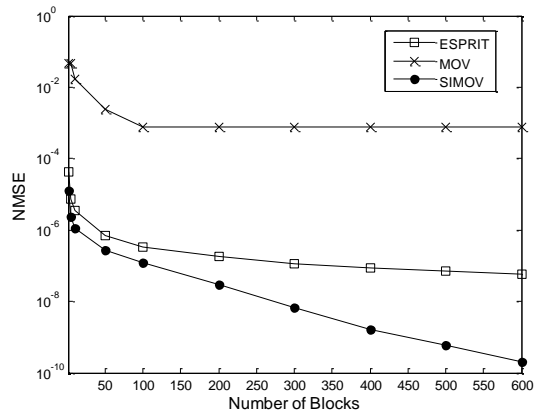


圖 5 區塊數目相對於 CFO 估測之 NMSE

圖 4 為在 SNR=10 dB 的情況下改變正規化 CFO 觀察其 MSE 性能，使用者數為 5，明顯的由圖模擬結果觀察可知 NMSE 效果為 $SIMOV > ESPRIT > MOV$ ，且 CFO 從 -0.5 到 0.5 變化其估測結果均可得到相同 NMSE。圖 5 為改變其 OFDMA 區塊數的比較圖，假設使用者數為 5 且其 CFO 分別為[-0.3, -0.1, 0.1, 0.3, 0.4]，每一個區塊數為接收訊號 Z (其為 32×32 矩陣)，由圖可知當

增加 OFDM 區塊數時，可使 NMSE 下降，提升其性能，MOV 演算法於區塊數為 100 時就已經收斂，NMSE 效果為 $SIMOV > ESPRIT > MOV$ ，所提的 SIMOV 增加區塊數後效能得到最多改善。

6. 結論

本論文在上鏈的 OFDMA 系統中進行盲目頻率偏移的估測，利用子空間投影的技術以加強 MOV 演算法估測的準確性，且所提出的演算法並不需要利用訓練序列或已知的導引信號來做為估測的依據，所以可以增加頻寬的使用率。由於文獻[3]中所提出的 MOV 演算法於交織 OFDMA 上鏈系統中效果較差，由圖 2 可看出於使用者 1 時和 SIMOV 演算法有相同的 NMSE，而當增加使用者到 2 後 NMSE 明顯上升，CFO 估測不精準，說明其估測性能嚴重遭受 MAI 和 ICI 干擾，故本論所提出的 SIMOV 演算法可有效抑制 MAI 且明顯降低 NMSE 且可提升使用者數，SIMOV 演算法於交織 OFDMA 上鏈系統下由模擬結果知最多可容納 8 個使用者使用，最後更和 ESPRIT 估測演算法比較各參數變化，由模擬結果可知其效果為最佳，且當增加區塊時有效的降低 NMSE。

參考文獻

- [1] Z. Cao, U. Tureli, and Y. D. Yao, "Deterministic multiuser carrier frequency offset estimation for interleaved OFDMA uplink," *IEEE Trans. Communications*, vol. 52, no. 9, pp. 1585–1594, Sept. 2004.
- [2] Ruiqin Miao, Jian Xiong, Lin Gui and Jun Sun, "Iterative Approach for Multiuser Carrier Frequency Offset Estimation in Interleaved OFDMA Uplink," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 55, no. 3, pp. 0098-3063, August 2009.
- [3] Chen, "Maximum likelihood estimation of OFDM carrier frequency offset," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, no. 4, pp. 123-126, April 2002.
- [4] B. F. Yang, K. H. Li, and K. C. The, "A carrier frequency offset estimator with minimum output variance for OFDM system," *IEEE Communications Letters*, vol. 8, no. 11, pp.677-679, Nov. 2004.
- [5] J. Lee and S. Lee, "Carrier frequency offset estimation using ESPRIT for interleaved OFDMA uplink systems" *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol. 56, no. 5, Sept. 2007.
- [6] Z. Cao, U. Tureli, and Y. D. Yao, "Efficient structure-based carrier frequency offset estimation for interleaved OFDMA uplink," *Proc. ICC*, 2003, pp. 3361-3365.
- [7] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. Cambridge, U. K.: Cambridge University Press, 1985.